BACCALAUREAT GENERAL

EPREUVE ANTICIPEE
DE MATHEMATIQUES-INFORMATIQUE

SERIE L

Durée de l'épreuve : 1 heure 30 Coefficient : 2

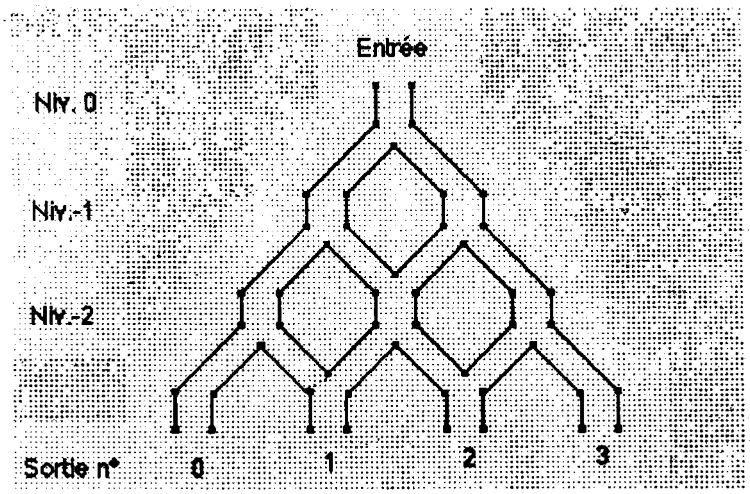
Les annexes des exercices 1 et 2 sont à rendre avec les copies.

L'usage de la calculatrice est autorisé.
Le sujet comporte 6 pages.

Les annexes des exercices 1 et 2 sont à rendre avec les copies ; elles seront complétées au fur et à mesure des questions posées.

Exercice 1 (8 points)

Une souris descend dans une canalisation (schématisée par la figure ci-dessous) aboutissant aux sorties 0, 1, 2, 3.
On suppose qu'elle progresse vers l'arrivée en se dirigeant au hasard à chaque niveau vers la droite ou vers la gauche pour accéder au niveau inférieur. Un parcours possible peut donc se coder GGD, où G signifie " aller vers la gauche " et D " aller vers la droite ", à chacun des trois niveaux.
On s'intéresse alors au numéro de la sortie de la souris.



Partie A : Étude théorique

Trouver tous les chemins possibles (éventuellement à l'aide d'un arbre) et compléter alors le tableau des fréquences théoriques (tableau 1 de l'annexe de l'exercice 1)

Partie B : Simulation à l'aide d'un tableur

À l'aide d'un tableur, on effectue une simulation de 100 progressions de la souris dans la canalisation : on obtient ainsi les fréquences correspondant à chacune des sorties possibles de la souris. On note alors la fréquence correspondant à la sortie n°1 obtenue.
En effectuant 50 simulations, on obtient 50 fréquences correspondant à la sortie n°1.
(ces fréquences sont relevées dans le tableau 2 de l'annexe de l'exercice 1)

1°) On admet que la série des 50 fréquences a pour moyenne $m = 0,364$ et pour écart type $s = 0,051$, résultats donnés avec 3 chiffres après la virgule.
Calculer le pourcentage de valeurs de la série situées dans l'intervalle $[m - 2s ; m + 2s]$.
Ce résultat correspond-il à ce que l'on peut attendre d'une série gaussienne ou normale ? Justifier.

2°) On effectue ensuite deux séries de 50 simulations, l'une correspondant à 500 progressions de la souris, l'autre à 1000 progressions et on obtient 50 fréquences de la sortie n°1 pour chaque série.

Le graphique de l'annexe de l'exercice 1 représente les diagrammes en boîte (ou boîtes à moustaches) de ces deux séries.

Dessiner, sur le même graphique, le diagramme en boîte qui correspond à la série des 50 simulations effectuées dans la question 1°), en calculant tous les éléments nécessaires pour construire ce type de boîte.

3°) a) À l'aide des trois diagrammes, déterminer la série qui semble donner les fréquences les plus proches de la fréquence théorique.

b) Que faudrait-il faire pour s'en approcher encore davantage ?

Exercice 2 (12 points)

Partie A : Évolution d'une population de bactéries

Dans un laboratoire de microbiologie, on étudie la croissance d'une population de bactéries de la façon suivante : au départ, on injecte dans un milieu nutritif une quantité p_0 de bactéries et on la laisse se développer ; on mesure ensuite toutes les heures son développement en relevant la quantité p_n de bactéries présentes dans le milieu au bout de la n-ième heure (n étant un entier naturel).

En reliant les points de coordonnées $(n\,;\,p_n)$ relevées dans les colonnes A et B du tableau de l'annexe de l'exercice 2, on obtient ainsi la courbe de croissance de cette population, notée $\mathcal{C}$.

On note p la fonction numérique définie sur l'intervalle [0 ; 10] et représentée par la courbe $\mathcal{C}$.

1°) Les microbiologistes définissent le temps de latence de la population comme le temps nécessaire pour que la population atteigne la valeur 200.

Déterminer graphiquement ce temps de latence à un quart d'heure près. (La lecture sera justifiée par des tracés en pointillé ; on fera apparaître tous les tracés et toutes les constructions utiles).

2°) La population de bactéries prend alors son essor et se multiplie à grande vitesse.

Dans la colonne C du tableau, on veut calculer le pourcentage d'augmentation de la population d'une heure à l'autre .

Parmi les trois formules suivantes : =(B3/B2–1)*100 , =B3/B2–1 , =B3/B2–1 ,

donner celle que l'on doit insérer dans la cellule C3 (cellule à l'intersection des la colonne C et de la ligne 3) pour obtenir le premier pourcentage d'augmentation, sachant que cette formule sera recopiée vers le bas et que les cellules de la colonne C sont en format pourcentage.

Compléter alors la colonne C de la ligne 9 à la ligne 12 par les valeurs que donnerait un tableur en arrondissant les résultats affichés à 2 chiffres après la virgule.

3°) Lorsque la nourriture ne suffit plus à satisfaire l'ensemble de la population, la croissance ralentit. On considère qu'il y a surpopulation dès que le pourcentage d'augmentation de la population est inférieur à 1 %.

Au bout de combien de temps peut-on parler de surpopulation ? Justifier la réponse.

Partie B : Comparaison avec un modèle mathématique

On veut comparer l'évolution de la population des bactéries vue en Partie A avec celle d'une population théorique dont l'effectif au bout de la n-ième heure est noté u_n (n étant un entier naturel). On suppose que, pour cette population, $u_0 = 73$ et que l'effectif augmente de 67 % toutes les heures.

1°) Calculer u_1, u_2, u_3. (On arrondira les résultats à l'unité)

2°) Donner la nature de la suite (u_n) puis compléter les cellules vides de la colonne D du tableau de l'annexe de l'exercice 2. (On arrondira les résultats à l'unité)

3°) Sur la figure 2 de l'annexe de l'exercice 2, on a relié les points de coordonnées $(n ; u_n)$ et on a tracé sur le même graphique la courbe C de la Partie A.

Utiliser le graphique et le tableau pour donner :

a) l'intervalle de temps où le modèle théorique considéré sous-évalue la réalité.

b) l'heure à partir de laquelle le modèle théorique (u_n) s'éloigne avec l'observation (p_n).

4°) a) Exprimer le terme u_n en fonction de n et de u_0.

b) Quelle expression de p_n en fonction de n (valable pour tout entier n inférieur ou égal à 6) peut-on proposer en utilisant le modèle considéré ?

Annexe de l'exercice 1 **à rendre avec les copies.**

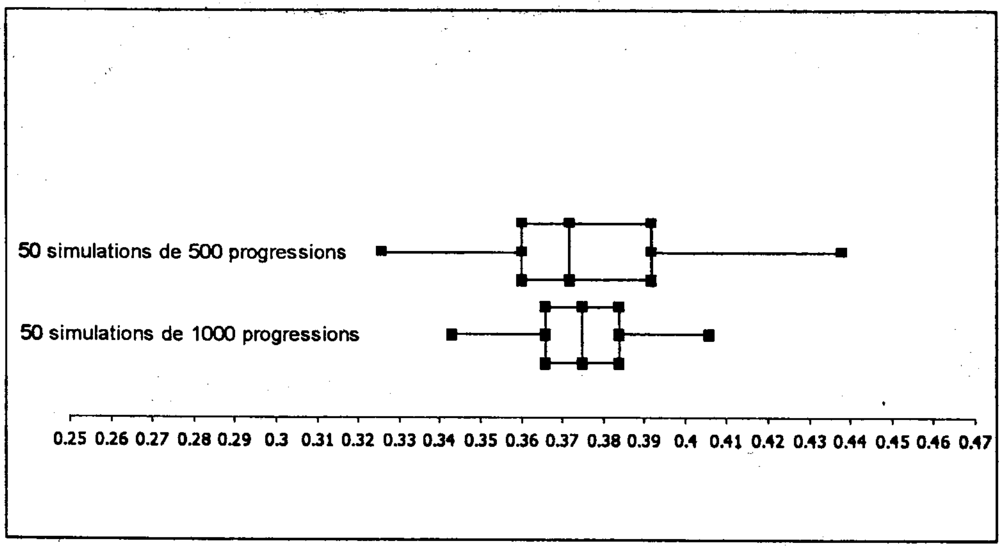
Tableau 1 : Fréquences théoriques

Sortie n°	0	1	2	3
Nombre de chemins possibles				
Fréquences théoriques en %				

Tableau 2 :
Fréquences (rangées dans l'ordre croissant) obtenues pour la sortie n°1 (pour 50 simulations)

0,250	0,260	0,290	0,290	0,300	0,300	0,310	0,310	0,320	0,320
0,320	0,320	0,330	0,330	0,330	0,340	0,340	0,340	0,340	0,350
0,350	0,350	0,350	0,350	0,360	0,360	0,370	0,370	0,370	0,370
0,380	0,380	0,380	0,390	0,390	0,390	0,390	0,400	0,400	0,410
0,410	0,420	0,420	0,420	0,430	0,430	0,450	0,460	0,470	0,470

Boîtes à moustaches :

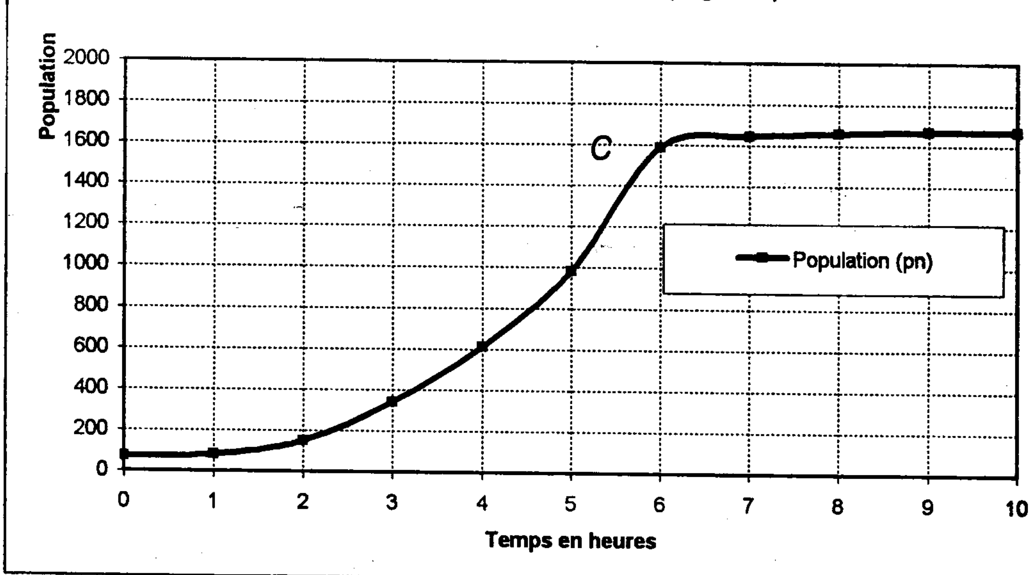


Annexe de l'exercice 2 **à rendre avec les copies.**

Tableau :

	A	B	C	D
1	*n*	Population (p_n)	Pourcentage d'augmentation	Suite (u_n)
2	0	73		73
3	1	82	12,33%	
4	2	149	81,71%	
5	3	341	128,86%	
6	4	612	79,47%	568
7	5	982	60,46%	948
8	6	1587	61,61%	1584
9	7	1644		
10	8	1659		4416
11	9	1668		7375
12	10	1670		12317

Evolution d'une population de bactéries (Figure 1)



Croissance d'une population de bactéries et croissance théorique (Figure 2)