

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2005

ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ DE MATHÉMATIQUES

Série L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte deux annexes à rendre.

Exercice 1 (5 points)

Sophie et Marc s'envoient régulièrement des messages qu'ils codent afin de ne pas en révéler la teneur à n'importe qui. Sophie utilise le procédé suivant :

- Tout d'abord, à chaque lettre de l'alphabet, elle associe son rang dans l'alphabet (ainsi 1 est associé à A, 2 à B, *etc.*). À chaque lettre, elle associe donc un nombre entier x .
- Elle associe ensuite à x un nouveau nombre entier y , en posant :
$$y \equiv 3x + 5 \pmod{26} \text{ avec } 0 \leq y \leq 25.$$
- Elle envoie enfin le message crypté sous forme d'une suite de lettres en associant de nouveau au nombre y la lettre qui lui correspond dans l'alphabet (à zéro elle associera la lettre Z, à 1 la lettre A, à 2 la lettre B, *etc.* et à 25 la lettre Y).

1. Vérifier qu'avec la méthode de Sophie :

- a) le nombre y associé à la lettre E est 20,
- b) la lettre P est codée par la lettre A.

2. Compléter le tableau de la feuille annexe n° 1 à rendre avec la copie (aucune justification n'est demandée).

3. Décrypter ensuite à l'aide de cette méthode le message :

S F S T O T J R H M C T R H M F D P T J.

Exercice 2 (7 points)

PARTIE I

Sur la feuille annexe n° 2 à rendre avec la copie, la figure I représente un triangle ABD rectangle isocèle en A. Construire sur cette figure le point C tel que ABCD soit un carré, le point E symétrique de C par rapport à D et le point J milieu du segment [AD].

PARTIE II

Sur la figure II de la feuille annexe n° 2, sont représentés le tracé en perspective à points de fuite du triangle ABD rectangle isocèle en A et la ligne d'horizon Δ du plan de ce triangle.

Toutes les constructions demandées devront être effectuées sur cette feuille et justifiées sur la copie.

1. Placer le point de fuite F_1 de la direction de la droite (AB), le point de fuite F_2 de la direction de (BD) et F_3 , celui de la direction de (AD).
2. Construire le point C tel que ABCD soit un carré.
3. Construire le point E, symétrique du point C par rapport au point D.
4. Construire le point J, milieu du segment [AD].

Exercice 3 (8 points)

Le but de cet exercice est l'étude du comportement d'une balle de golf en fonction de sa vitesse, de la résistance de l'air, de la texture de la balle. Les mesures ont été faites avec un champion, d'où la nature exceptionnelle des réponses ...

PARTIE A

On appelle t le temps (en secondes) écoulé depuis la frappe de la balle par le joueur, et $h(t)$ la hauteur (en mètres) de la balle par rapport au sol à l'instant t , avant qu'elle ne retombe.

Dans un premier temps, on considère que la fonction h est définie pour t réel positif ou nul, de la manière suivante :

$$h(t) = -0,008t^2 + t.$$

1. À quel instant t la balle retombera-t-elle sur le sol ?
2. Sur quel intervalle est-il utile d'étudier la fonction h ? Justifier la réponse.
3. Calculer la fonction dérivée de la fonction h .
4. En déduire le tableau de variation de h sur l'intervalle $[0 ; 125]$.
5. À quel instant la balle atteint-elle sa hauteur maximale ? Quelle est cette hauteur ?

PARTIE B

Si on tient compte de la résistance de l'air et de la nature de la balle, la hauteur de la balle en fonction du temps est exprimée plus précisément par la fonction g définie pour t réel positif ou nul, par :

$$g(t) = -0,008t^2 + t - \ln(t + 1).$$

1. Calculer $g(0)$. Donner la signification du résultat.
2. En utilisant le fait que la dérivée de la fonction $t \mapsto \ln(t + 1)$ est la fonction $t \mapsto \frac{1}{t + 1}$, montrer

que la dérivée de g est donnée par :

$$g'(t) = \frac{-0,016t^2 - 0,016t + t}{t + 1}.$$

3. a) Étudier les variations de la fonction g .
b) À quel instant t la balle atteint-elle sa hauteur maximale ? Donner une valeur approchée de la hauteur atteinte, arrondie au mètre.
4. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée, arrondie à la seconde, de l'instant où la balle retombe sur le sol.

FEUILLE ANNEXE N° 1 À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 1 :

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
rang x dans l'alphabet	1	2	3	4	5								
nombre y associé					20								
lettre envoyée													

lettre	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
rang x dans l'alphabet			16										
nombre y associé													
lettre envoyée			A										

FEUILLE ANNEXE N° 2 À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 2 :

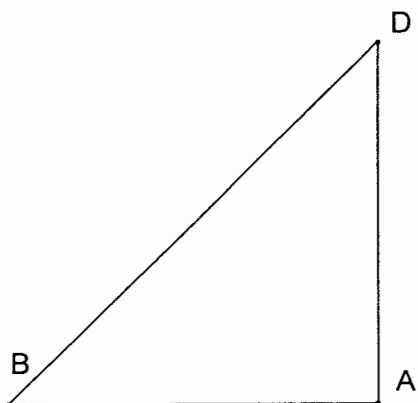


Figure I

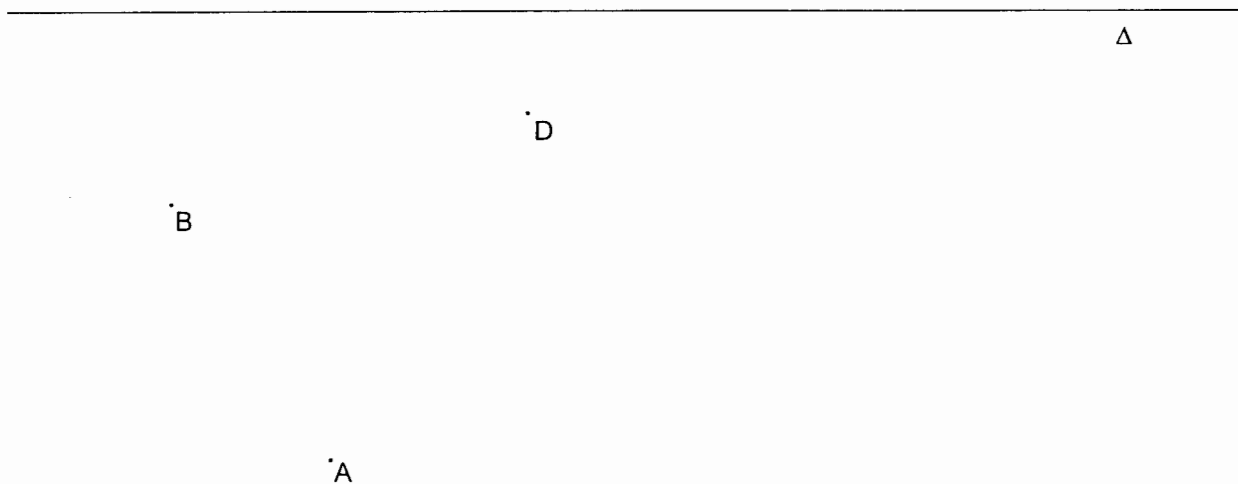


Figure II