BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2006

MATHÉMATIQUES

<u>**SERIE : ES**</u>

Obligatoire

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 8 pages dont 3 feuilles ANNEXES 1, 2 et 3.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.

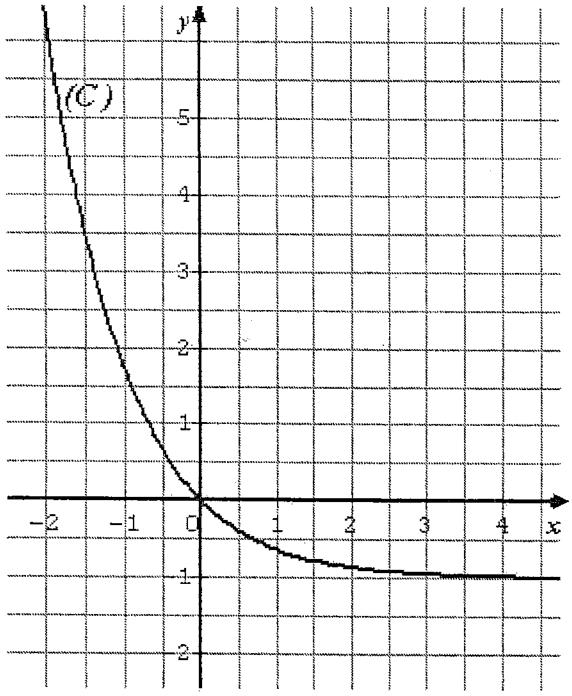
Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les ANNEXES 1, 2 et 3 sont à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (3 points)

Commun à tous les candidats.

Soit f la fonction définie sur **R** par $f(x) = e^{-x} - 1$.
La courbe (C) donnée ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal.



On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur **R**.
On note F la primitive de la fonction f sur **R** telle que $F(0) = 0$.

Pour chacune des affirmations suivantes, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'ANNEXE 1, à rendre avec la copie.
Aucune justification n'est demandée.

<u>NOTATION</u> : une réponse exacte rapporte 0,5 point ; une réponse inexacte enlève 0,25 point ; l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

a) $f(\ln 2) = -3$.

b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$.

c) Pour tout nombre réel x, on a : $f'(x) = e^{-x}$.

d) $\int_{-1}^{0} f(x)dx > 1$.

e) La fonction F est croissante sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.

f) Pour tout nombre réel x, on a : $F(x) = 1 - e^{-x} - x$.

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du profit annuel d'une entreprise de l'année 1999 à l'année 2005.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Profit annuel en millions d'euros (y_i)	1,26	1,98	2,28	2,62	2,84	3,00	3,20

1) Construire le nuage de points associé à la série $(x_i\ ;\ y_i)$ dans le repère orthogonal représenté en **ANNEXE 2, à rendre avec la copie**.

2) La forme du nuage suggère un ajustement logarithmique. On décide donc d'étudier la série $(x_i\ ;\ z_i)$ où $z_i = e^{y_i}$. Recopier et compléter le tableau ci-dessous par les valeurs décimales arrondies au centième.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = e^{y_i}$	3,53			13,74	17,12	20,09	24,53

3) Donner l'équation de la droite de régression de z en x obtenue par la méthode des moindres carrés. Les résultats obtenus **<u>à la calculatrice</u>** seront arrondis au centième (avec ces arrondis, on obtient une équation de la forme : $z = ax$).

4) En déduire que la courbe d'équation $y = \ln x + 1,23$ approche le nuage de points.

5) On suppose que l'évolution du profit annuel se poursuit suivant ce modèle.
   a. Calculer le profit annuel, exprimé en millions d'euros, attendu pour l'année 2008 (donner la valeur décimale arrondie au centième).
   b. Déterminer à partir de quelle année le profit annuel initial (c'est-à-dire celui de l'année 1999) aura au moins triplé.

EXERCICE 3 (5 points)

Commun à tous les candidats

Une roue de loterie comporte 3 secteurs notés A, B et C.
On lance la roue, elle tourne puis s'arrête devant un repère fixe.
Le mécanisme est conçu de telle sorte que, à l'arrêt de la roue, le repère fixe se trouve toujours devant l'un des trois secteurs, qui est alors déclaré « secteur repéré ».
On note p_1 la probabilité que le secteur A soit repéré. On donne $p_1 = 0,2$.

On note p_2 la probabilité que le secteur B soit repéré. On donne $p_2 = 0,3$.

1) Calculer la probabilité, notée p_3, que le secteur C soit repéré.

Une partie consiste à lancer la roue deux fois successivement. On s'intéresse aux couples de secteurs repérés obtenus à la suite des deux lancers successifs.
On admet que les lancers de roue successifs sont indépendants.

2) Justifier que la probabilité d'obtenir le couple de secteurs repérés (A,B) est égale à 0,06.

3) Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant par les probabilités d'obtenir les différents couples de secteurs repérés possibles. Certaines probabilités sont déjà indiquées, ainsi la probabilité d'obtenir le couple (C,C) est égale à 0,25.

Secteur repéré au premier lancer / Secteur repéré au deuxième lancer	A	B	C
A	0,04		
B	0,06		
C			0,25

4) Montrer que la probabilité d'obtenir un couple de secteurs repérés ne comportant pas le secteur C est égale à 0,25.

5) De l'argent est mis en jeu dans cette partie. Le « gain » dépend du nombre de secteurs C repérés :
- obtenir 2 fois le secteur C fait gagner 8 € ;
- obtenir exactement une fois le secteur C fait gagner 1 € ;
- n'obtenir aucun secteur C fait perdre 10 €.

a) Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant :

Gain (en euros)	-10	1	8
Probabilité			0,25

b) Calculer le gain moyen que l'on peut espérer à ce jeu. Interpréter ce résultat.

EXERCICE 4 (7 points)

Commun à tous les candidats.

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par :

$f(x)=\mathrm{e}^x-1$ et $g(x)=\dfrac{3}{\mathrm{e}^x+1}$. Les fonctions f et g sont dérivables sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1) La fonction f est représentée par la courbe (C) figurant en **ANNEXE 3, à rendre avec la copie.**

a. Donner une équation de la tangente T à cette courbe au point O origine du repère.

b. Tracer la droite T dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ donné en **ANNEXE 3, à rendre avec la copie.**

2) ***Étude de la fonction g.***

a. Calculer $g(0)$.

b. Déterminer la limite de la fonction g en $+\infty$. En donner une interprétation graphique.

c. Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $[0;+\infty[$ et dresser son tableau de variation.

d. Tracer la représentation graphique (Γ) de la fonction g dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ donné en **ANNEXE 3, à rendre avec la copie.**

3) La lecture graphique montre que l'équation $f(x)=g(x)$ admet dans l'intervalle $[0;+\infty[$ une unique solution, notée m.

a. Faire figurer sur le graphique le point de coordonnées $(m, f(m))$.

b. Prouver, par le calcul, que $m=\ln 2$.

4) On considère le nombre suivant : $\mathcal{A}=\displaystyle\int_0^{\ln 2} g(x)dx$.

a. Sur le graphique de l'**ANNEXE 3, à rendre avec la copie,** hachurer le domaine dont l'aire, en unités d'aires, est égale à $\mathcal{A}$.

b. Soit la fonction dérivable G définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par : $G(x)=3x-3\ln(\mathrm{e}^x+1)$.

Montrer que la fonction G est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

c. Calculer $\mathcal{A}$.

ANNEXE 1

EXERCICE 1

Commun à tous les candidats

À rendre avec la copie

Cocher la case correspondant à votre réponse.

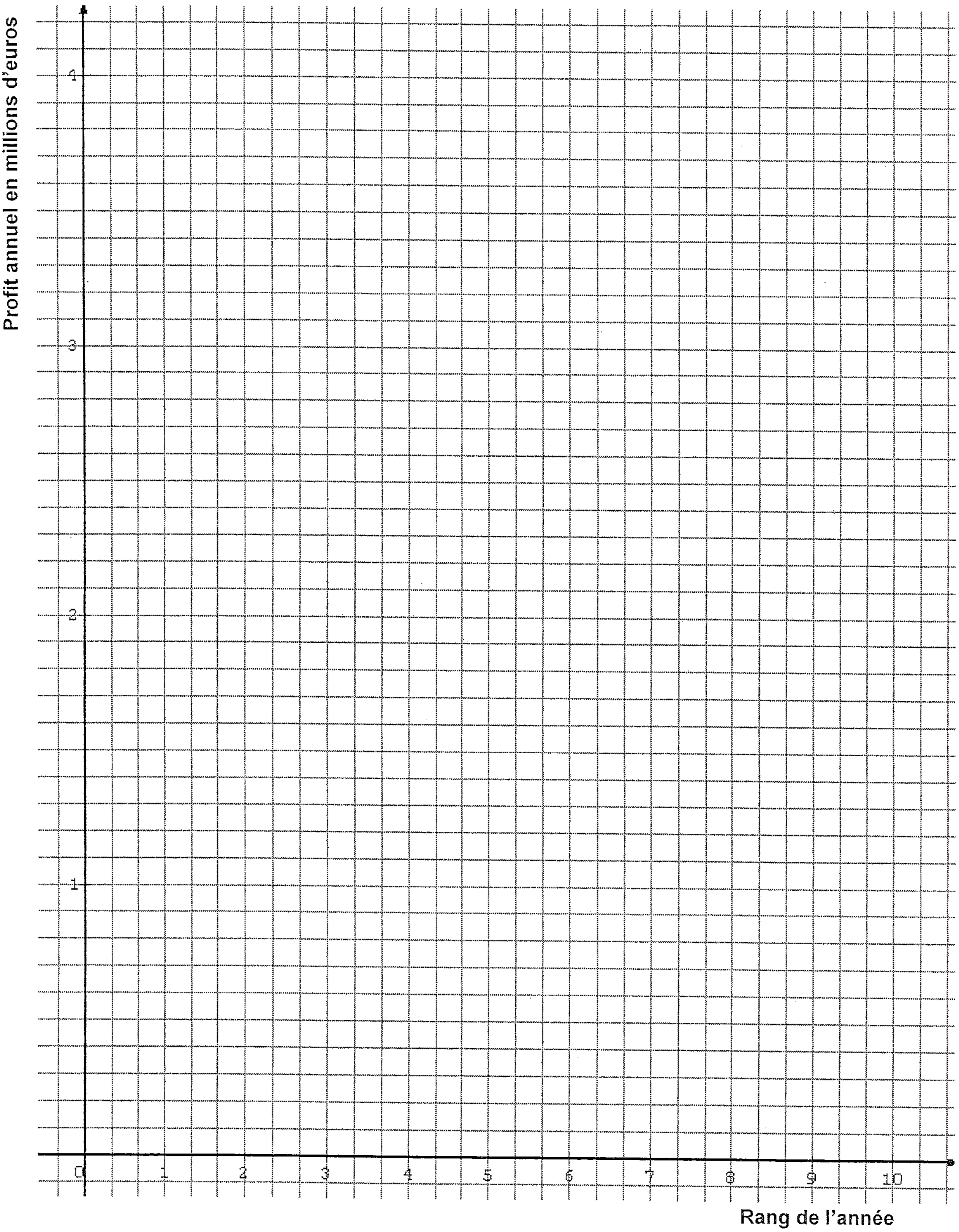
AFFIRMATIONS	V	F
a) $f(\ln 2) = -3$		
b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -1$		
c) Pour tout nombre réel x, on a : $f'(x) = e^{-x}$		
d) $\int_{-1}^{0} f(x)dx > 1$		
e) La fonction F est croissante sur l'intervalle $[-1\,;\,0]$		
f) Pour tout nombre réel x, on a : $F(x) = 1 - e^{-x} - x$		

ANNEXE 2

EXERCICE 2

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

<u>À rendre avec la copie</u>



ANNEXE 3

EXERCICE 4

Commun à tous les candidats.

<u>À rendre avec la copie</u>