BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2010

MATHÉMATIQUES

Série ES

Enseignement Obligatoire

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Le candidat doit traiter tous les exercices.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

La feuille Annexe de l'exercice 3 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 (5 points)
Commun à tous les candidats

On donne, dans le tableau ci-dessous, la dépense annuelle des ménages français en fruits, exprimée en millions d'euros, de 2000 à 2007 :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Dépense en millions d'euros y_i	6396	7207	7734	7996	8332	8399	8546	8675

1. Sur la copie, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal :
   sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour une unité ;
   sur l'axe des ordonnées, on placera 6200 à l'origine et on choisira 1 cm pour 200 millions d'euros.
2. Un premier groupe de statisticiens réalise un ajustement affine du nuage.
   Donner une équation de la droite (d) de régression de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à l'entier le plus proche. Tracer la droite (d) dans le repère précédent.
3. Un deuxième groupe de statisticiens réalise un ajustement non affine du nuage, en utilisant la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 6400 + 1100\ln(1+x)$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.
   (a) À l'aide de la calculatrice, conjecturer :
   - les variations de la fonction f ;
   - la limite de la fonction f quand x tend vers $+\infty$.

   (b) Valider par une démonstration l'une des deux conjectures précédentes.
   (c) Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans le repère précédent.
4. Est-il raisonnable de penser que la dépense annuelle des ménages français en fruits puisse dépasser 9200 millions d'euros ? Argumenter la réponse.

EXERCICE 2 (4 points)
Commun à tous les candidats

Kevin possède un lecteur MP3, dans lequel il a stocké 90 morceaux de jazz et 110 morceaux de musique classique. Un tiers des 90 morceaux de jazz est composé par des auteurs français. Un dixième des 110 morceaux de musique classique est composé par des auteurs français.

1. Afin d'écouter un morceau de musique, Kevin lance une lecture aléatoire sur son lecteur MP3. On admet que cela revient à choisir un morceau de musique de manière équiprobable. On note :
   J l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de jazz » ;
   C l'événement « le morceau de musique écouté est un morceau de musique classique » ;
   F l'événement « l'auteur du morceau de musique écouté est français ».

   (a) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz ?

   (b) Sachant que Kevin a écouté un morceau de jazz, quelle est la probabilité que l'auteur soit français ?

   (c) Calculer la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit un morceau de jazz composé par un auteur français.

   (d) Quelle est la probabilité que le morceau de musique écouté par Kevin soit composé par un auteur français ?

2. Afin d'écouter trois morceaux de musique, Kevin lance trois fois une lecture aléatoire sur son lecteur MP3. Calculer la probabilité qu'il ait écouté au moins un morceau de jazz.

la demande de ce même produit est modélisée par une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;6]$.

Les courbes représentatives C_f et C_g de ces fonctions sont dessinées sur l'annexe (*à rendre avec la copie*). On désigne par x la quantité du produit exprimée en milliers d'unités, avec x appartenant à l'intervalle $[0\,;6]$. Les nombres $f(x)$ et $g(x)$ sont des prix unitaires exprimés en centaines d'euros. L'expression de la fonction f est donnée par $f(x) = 0,4e^{0,4x}$.

1. On rappelle que le prix d'équilibre est le prix unitaire qui se forme sur le marché lorsque l'offre est égale à la demande. La quantité d'équilibre est la quantité associée au prix d'équilibre.

   (a) Lire sur le graphique le prix d'équilibre p_0 (en centaines d'euros) et la quantité d'équilibre q_0 (en milliers d'unités).

   (b) Estimer en euros le chiffre d'affaires réalisé par la vente de cette quantité q_0 au prix d'équilibre p_0.

2. (a) Mettre en évidence, sur le graphique joint en annexe, l'intégrale suivante : $\int_0^5 f(x)dx$.

   (b) Calculer cette intégrale.

   (c) Certains producteurs étaient disposés à proposer un prix inférieur au prix d'équilibre. Le gain supplémentaire réalisé par ces producteurs est appelé le surplus des producteurs. Le surplus des producteurs S_p est donné par la formule suivante :

$$S_p = q_0 \times p_0 - \int_0^5 f(x)dx.$$

   Estimer ce surplus (en centaines de milliers d'euros).

3. (a) Certains consommateurs étaient prêts à payer plus cher que le prix d'équilibre. L'économie réalisée par ces consommateurs est appelée le surplus des consommateurs. Ce surplus est représenté par la partie hachurée du graphique. Par une lecture graphique, Paul estime à moins de 10 unités d'aire cette partie, alors que Jeanne l'estime à plus de 10. Qui a raison ? Argumenter.

   (b) *Dans cette question, toute tentative d'explication de la démarche ou de la méthode utilisée sera valorisée.*

   Pour estimer plus précisément le surplus des consommateurs, Michel approche la courbe C_g par une parabole P passant par les points de coordonnées $(1\,;7)$ et $(5\,;3)$. Il a fait trois essais avec un logiciel de calcul formel, dont les résultats sont récapitulés dans le tableau ci-dessous :

	Equation de la parabole P	Estimation du surplus des consommateurs (en centaines de milliers d'euros)
Essai 1	$y = -\frac{40}{21}x^2 + \frac{292}{21}x - 5$	54,7
Essai 2	$y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{43}{6}$	14,11
Essai 3	$y = \frac{2}{21}x^2 - \frac{44}{21}x + 9$	8,0

   Quel essai est le plus pertinent ? Expliquer la réponse.

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions posées, une seule des trois réponses est exacte.
Recopier le numéro de chaque question et, en face de celui-ci, recopier la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Dans le plan muni d'un repère, la parabole d'équation $y = x^2 - 3x - 1$ admet au point d'abscisse 3 une tangente d'équation

   $\boxed{y = -3x + 8}$ $\boxed{y = 3x}$ $\boxed{y = 3x - 10}$

2. La courbe $\mathscr{H}$ représentative de la fonction h définie sur l'ensemble des nombres réels par $h(x) = \dfrac{3x+1}{x^2+x+2}$ admet une asymptote

   $\boxed{\text{horizontale}}$ $\boxed{\text{verticale}}$ $\boxed{\text{oblique}}$

3. La fonction k définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $k(x) = e^{1+\ln x}$

   $\boxed{\text{est croissante sur l'intervalle }]0 ; +\infty[}$

   $\boxed{\text{est décroissante sur l'intervalle }]0 ; +\infty[}$

   $\boxed{\text{n'est pas monotone sur l'intervalle }]0 ; +\infty[}$

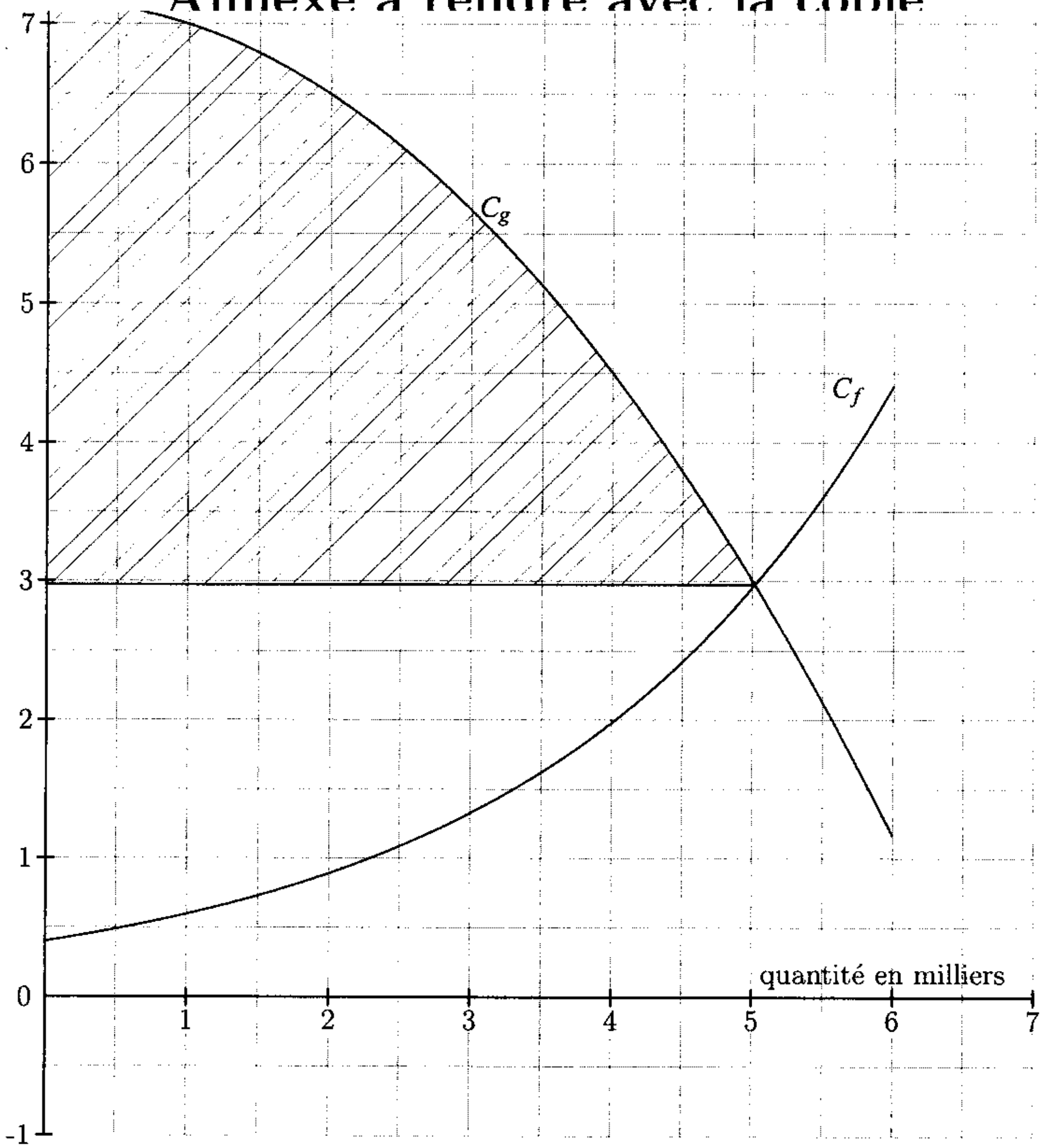
4. Deux baisses successives de 50% peuvent être compensées par :

   $\boxed{\text{deux hausses successives de 50\%}}$ $\boxed{\text{une hausse de 100\%}}$ $\boxed{\text{une hausse de 300\%}}$

5. Une zone de reforestation a été replantée de 75% de chênes et de 25% de charmes. On sait que 22% des chênes et 9% des charmes plantés sont morts la première année. Après la première année, la part des chênes encore vivants parmi les arbres encore vivants dans cette zone de reforestation est égale à :

   $\boxed{53\%}$ $\boxed{58{,}5\%}$ $\boxed{72\%}$

Annexe à rendre avec la copie



10MAESOJA1