

SESSION 2005

# MATHÉMATIQUES

SÉRIE ES

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 5

# OBLIGATOIRE

Ce sujet comporte 6 pages dont 1 feuille DOCUMENT RÉPONSE

**L'utilisation d'une calculatrice est autorisée**

**Du papier millimétré est mis à la disposition du candidat.**

*Le candidat doit traiter les quatre exercices.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

**La feuille DOCUMENT RÉPONSE est à rendre avec la copie.**

**Note importante :**

Dès que le sujet de l'épreuve vous est remis, assurez-vous qu'il est complet, en vérifiant le nombre de pages en votre possession.

Si le sujet est incomplet, demandez en immédiatement un nouvel exemplaire aux surveillants d'épreuve.

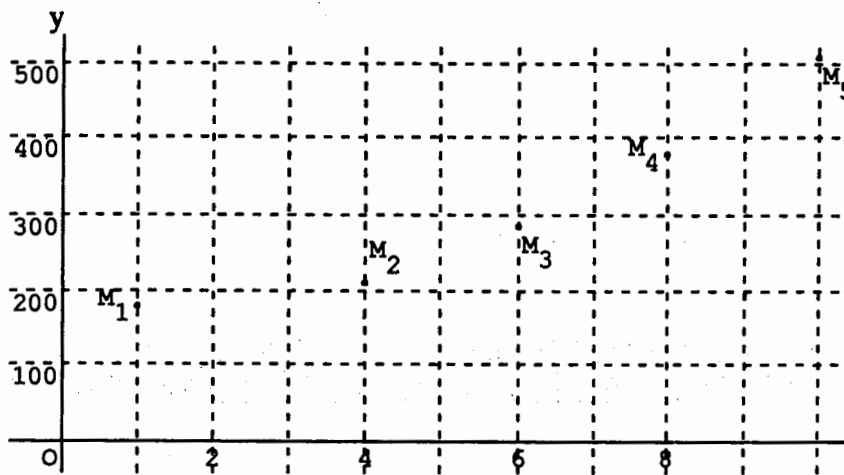
## EXERCICE 2 (5 points)

### Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du chiffre d'affaires (CA), en millions d'euros, sur la période 1994- 2003.

Année	1994	1997	1999	2001	2003
Rang $x_i$	1	4	6	8	10
CA $y_i$	176	209	284	380	508

1°) Le nuage de points  $M_i (x_i, y_i)$  est représenté ci-dessous dans un repère orthogonal. Un ajustement affine semble-t-il adapté ?



2°) On pose  $z_i = \ln y_i$

a) Calculer, en arrondissant à  $10^{-2}$  près, pour  $i$  variant de 1 à 5, les valeurs  $z_i$  associées aux rangs  $x_i$  du tableau.

b) Construire le nuage de points  $N_i (x_i, z_i)$  dans le repère orthogonal suivant :

- sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter 1 année
- sur l'axe des ordonnées, on placera 5 à l'origine et on choisira 1 cm pour représenter le nombre 0,1.

3°) a) Déterminer avec la calculatrice une équation de la droite  $d$  d'ajustement de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés ( coefficients arrondis à  $10^{-3}$  près) et tracer la droite  $d$  dans le repère précédent.

b) En déduire une relation entre  $y$  et  $x$  de la forme  $y = A \times k^x$ .  
(arrondir  $A$  à l'entier près et  $k$  à  $10^{-2}$  près)

4°) a) Tracer la droite  $d$  dans le même repère que celui du nuage de points ( $N_i$ ).

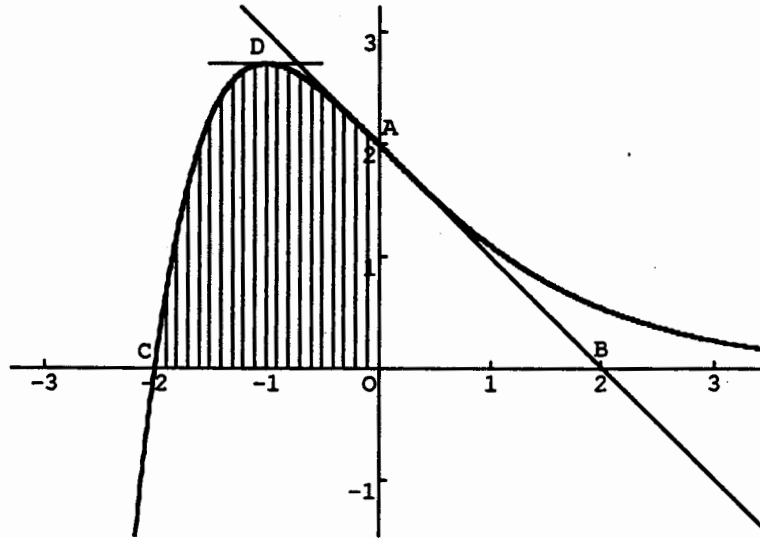
b) Donner une estimation, arrondie au millier d'euros, du chiffre d'affaires en 2005.

c) A partir de quelle année peut-on prévoir que le chiffre d'affaires sera supérieur à 1 milliard d'euros ?

## EXERCICE 4 (6 points)

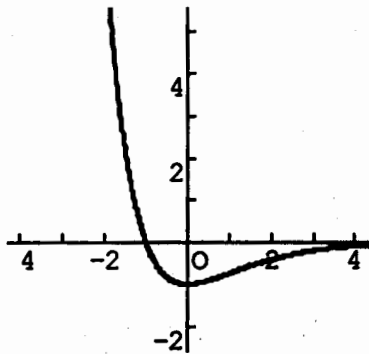
### Commun à tous les candidats

On a représenté ci-dessous la courbe représentative  $\Gamma$ , dans un repère orthonormal, d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$ . La courbe  $\Gamma$  passe par les points  $A(0; 2)$  et  $C(-2; 0)$  et la droite  $(AB)$  est la tangente en  $A$  à  $\Gamma$ . La tangente à  $\Gamma$  en son point  $D$  d'abscisse  $-1$  est parallèle à l'axe des abscisses.

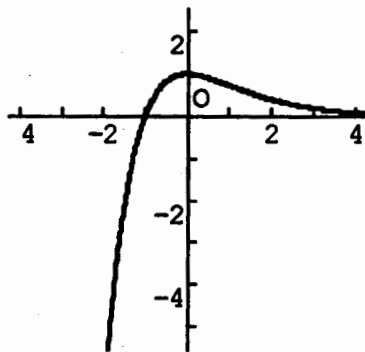


- 1) Parmi les trois représentations graphiques ci-dessous, une représente la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  et une autre représente une primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .

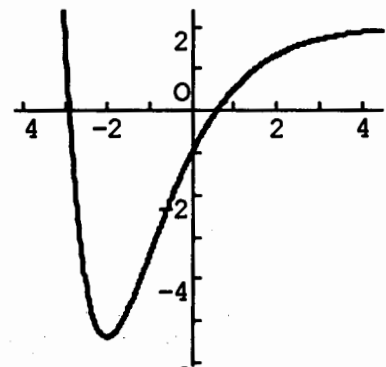
Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3



Déterminer la courbe associée à la fonction  $f'$  et celle qui est associée à la fonction  $F$ .  
*Vous expliquerez avec soin les raisons de votre choix.*

- 2) a) Déterminer, à l'aide des renseignements fournis par l'énoncé, les valeurs de  $f(0)$  et de  $f'(0)$ .  
 b) On suppose que  $f(x)$  est de la forme  $f(x) = (x + K)e^{\alpha x}$  où  $K$  et  $\alpha$  sont des constantes réelles.

Calculer  $f'(x)$ , puis traduire les renseignements trouvés à la question précédente par un système d'équations d'inconnues  $K$  et  $\alpha$ .

En déduire que  $f$  est définie par  $f(x) = (x + 2)e^{-x}$ .

- 3) a) Montrer que la fonction  $\varphi$  définie par  $\varphi(x) = (-x - 3)e^{-x}$  est une primitive de  $f$ .  
 b) En déduire la valeur de l'aire, exprimée en unités d'aire, de la surface hachurée.  
 On donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième du résultat.

**ANNEXE**

**DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE**

**( Exercice 3 )**

QUESTIONS	REponses
<p>1) Soit une série statistique à deux variables (x ;y). Les valeurs de x sont 1, 2, 5, 7, 11, 13 et une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est : <math>y = 1,35x + 22,8</math>. Les coordonnées du point moyen sont :</p>	<p><input type="checkbox"/> (6,5 ; 30,575)  <input type="checkbox"/> (32, 575 ; 6,5)  <input type="checkbox"/> (6,5 ; 31,575)</p>
<p>2) <math>(u_n)</math> est une suite arithmétique de raison - 5. Laquelle de ces affirmations est exacte ?</p>	<p><input type="checkbox"/> Pour tout entier n, <math>u_{n+1} - u_n = 5</math>  <input type="checkbox"/> <math>u_{10} = u_2 + 40</math>  <input type="checkbox"/> <math>u_3 = u_7 + 20</math></p>
<p>3) L'égalité <math>\ln(x^2 - 1) = \ln(x - 1) + \ln(x + 1)</math> est vraie</p>	<p><input type="checkbox"/> Pour tout x de <math>]-\infty ; -1[ \cup ]1 ; +\infty[</math>  <input type="checkbox"/> Pour tout x de <math>\mathbb{R} \setminus \{-1 ; 1\}</math>  <input type="checkbox"/> Pour tout x de <math>]1 ; +\infty[</math></p>
<p>4) Pour tout réel x, le nombre <math>\frac{e^x - 1}{e^x + 2}</math> est égal à :</p>	<p><input type="checkbox"/> <math>-\frac{1}{2}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 2}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\frac{1 - e^{-x}}{1 + 2e^{-x}}</math></p>
<p>5) On pose <math>I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^x - 1} dx</math> et <math>J = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x - 1} dx</math> alors le nombre <math>I - J</math> est égal à</p>	<p><input type="checkbox"/> <math>\ln \frac{2}{3}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\ln \frac{3}{2}</math>  <input type="checkbox"/> <math>\frac{3}{2}</math></p>
<p>6) L'ensemble des solutions de l'inéquation <math>\left(1 - \frac{2}{100}\right)^x \leq 0,5</math> est</p>	<p><input type="checkbox"/> <math>S = ]-\infty ; \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)}[</math>  <input type="checkbox"/> <math>S = \left[ \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,98)} ; +\infty[</math>  <input type="checkbox"/> <math>S = \left[ \ln \frac{0,5}{0,98} ; +\infty[</math></p>