BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2007

MATHÉMATIQUES

SERIE : ES

DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 6 pages

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Tournez la page S.V.P

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point.
Une réponse fausse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

Une fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble $]-6\,;-3[\ \cup\ ]-3\,;+\infty[$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

x	-6		-4		$-3{,}5$		-3		2		$+\infty$
Variations de f	7	$\nearrow$	8	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5

1) On peut affirmer que :

Réponse A : $\lim\limits_{x \to 5} f(x) = +\infty$ **Réponse B :** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 5$

Réponse C : $\lim\limits_{x \to -6} f(x) = -\infty$ **Réponse D :** $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ x < -3}} f(x) = 0$

2) La courbe représentative de f admet pour asymptotes les droites d'équation :

Réponse A : $x = 5$ et $y = -3$ **Réponse B :** $x = -3$ et $y = 5$

Réponse C : $y = 8$ et $y = 3$ **Réponse D :** $x = -6$ et $y = 5$

3) Dans l'ensemble $]-6\,;-3[\ \cup\ ]-3\,;+\infty[$ l'équation $f(x) = 4$ admet

Réponse A : 0 solution **Réponse B :** 1 solution

Réponse C : 2 solutions **Réponse D :** 3 solutions

4) On considère le nombre réel $I = \int_2^4 f(x)\,dx$. On peut affirmer que :

Réponse A : $0 \leq I \leq 3$ **Réponse B :** $6 \leq I \leq 10$

Réponse C : $3 \leq I \leq 6$ **Réponse D :** $I \geq 10$

EXERCICE 2 (5 points)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes Civils de Solidarité (PACS) signés chaque année en France :

Années	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année, x_i	0	1	2	3	4
Nombres de PACS en milliers, y_i	22,1	19,4	25	31,1	39,6

Source INSEE.

1) Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité entre 2000 et 2004.

2) On envisage un ajustement affine.

a. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$.

Par la suite, on pose $f(x) = ax + b$.

b. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2007.

3) On envisage un autre type d'ajustement.

On modélise le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés durant l'année 2000+x (x entier) à l'aide de la fonction g définie par $g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4$.

a. En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2007.

b. On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèle jusqu'en 2015.

Le nombre de milliers de Pactes Civils de Solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000 ? Justifier.

4) Comparaison des deux ajustements.

Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

x_i	0	1	2	3	4
$(y_i - f(x_i))^2$	16	11,36	5,95	1,02	7,95

x_i	0	1	2	3	4
$(y_i - g(x_i))^2$	0,49				

a. Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.

b. Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité ? Justifier.

EXERCICE 3 (7 points)

Commun à tous les candidats

La courbe (C) donnée en **ANNEXE,** est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur **R**. On note f' sa fonction dérivée.
Les points A (3 ; e) et B (4 ; 2) appartiennent à cette courbe.
La tangente à la courbe en A est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente (T) à la courbe en B coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

1) Pour quelles valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[3\ ;10]$ a-t-on $f(x) \leq 2$?

2) Déterminer $f'(3)$ et $f'(4)$.

PARTIE II : étude de la fonction

La fonction f représentée dans **l'ANNEXE,** est la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ par $f(x)=(x-2)\ e^{(-x+4)}$.

1) a) Calculer $f(0)$. Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.

b) On donne $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.

2) a) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\ ;+\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)=(3-x)\ e^{(-x+4)}$.

b) Sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f.

3) On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$ par $g(x)=(1-x)\ e^{(-x+4)}$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;+\infty[$.
En déduire la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[2\ ;10]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.

Rappel : Soit f une fonction et $[a\ ;b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.
La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a\ ;b]$ est le nombre m tel que : $m=\dfrac{1}{b-a}\times\int_a^b f(x)dx$.

PARTIE III : étude d'un bénéfice

Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour $1{,}8 \leq x \leq 4{,}5$.
Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $f(x)$ pour $x \in [1{,}8\ ;\ 4{,}5]$. On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

1) Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).

2) Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal.
Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).

3) À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?

EXERCICE 4 (4 points)

Commun à tous les candidats

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but.
Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.

Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :
- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.

On note R_1 l'événement : « le premier tir au but est réussi » et $\overline{R_1}$ son événement contraire.

R_2 l'événement : « le second tir au but est réussi » et $\overline{R_2}$ son événement contraire.

1) Représenter la situation par un arbre pondéré.

2) Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.

3) **a)** Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.

b) Les événements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

4) On note A l'événement : « Jean a réussi exactement un tir au but ».
Montrer que $p\ (A) = 0,34$.

ANNEXE

EXERCICE 3

Commun à tous les candidats