BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2005

MATHÉMATIQUES

SÉRIE ES

Durée de l'épreuve : 3 heures | Coefficient : 5

OBLIGATOIRE

Ce sujet comporte 5 pages

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

Du papier millimétré est mis à la disposition du candidat.

Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Note importante :

Dès que le sujet de l'épreuve vous est remis, assurez-vous qu'il est complet, en vérifiant le nombre de pages en votre possession.

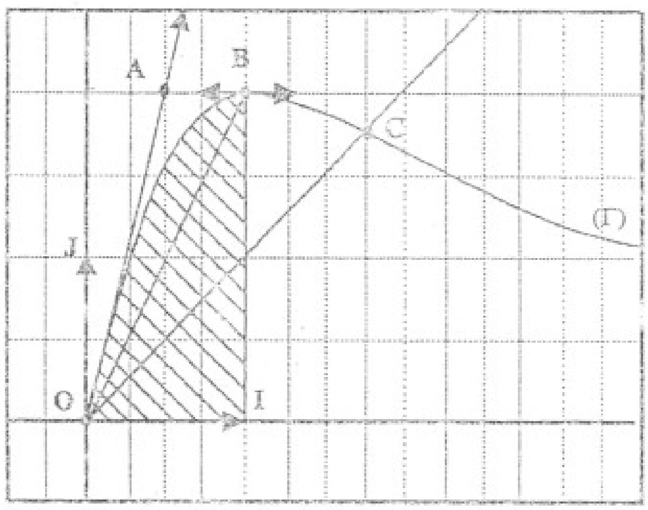
Si le sujet est incomplet, demandez en immédiatement un nouvel exemplaire aux surveillants d'épreuve.

EXERCICE 1 *(4 points)*

Commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormal du plan $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques 2 cm, la courbe (Γ), tracée ci-dessous, est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle [0 ; 3,5].

- I et J sont les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{j}$.
- C est le point de (Γ) situé sur la bissectrice de l'angle $\widehat{IOJ}$.
- (OA) est la tangente en O à (Γ),
- $\mathcal{S}$ est la surface hachurée sur la figure ci-dessous :



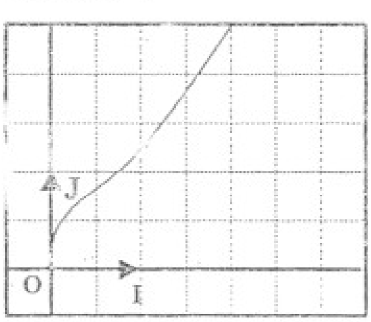
1) Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a) Quel est le tableau de variation de g sur [0 ; 3,5] ?
   b) Quelles sont les valeurs de $g'(0)$ et de $g'(1)$?
   c) Quelles sont les coordonnées du point C ?
   d) Résoudre l'inéquation $g(x) \geq x$ sur [0 ; 3,5]

2) Définir la surface $\mathcal{S}$ par un système d'inéquations et déterminer graphiquement un encadrement de l'aire de $\mathcal{S}$ d'amplitude 2 cm².

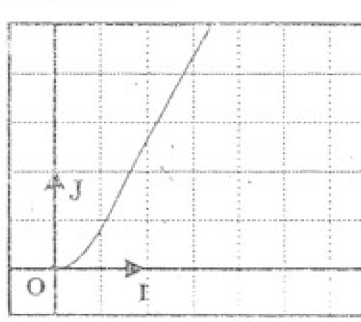
Rappel : l'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $A = \dfrac{(B+b) \times h}{2}$ *où B et b sont les bases du trapèze et h sa hauteur.*

3) On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction g s'annulant en 0. En justifiant l'élimination de deux des courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

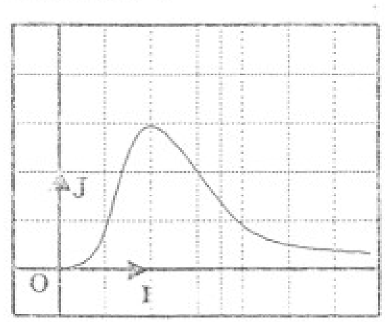
Courbe n° 1



Courbe n° 2



Courbe n° 3



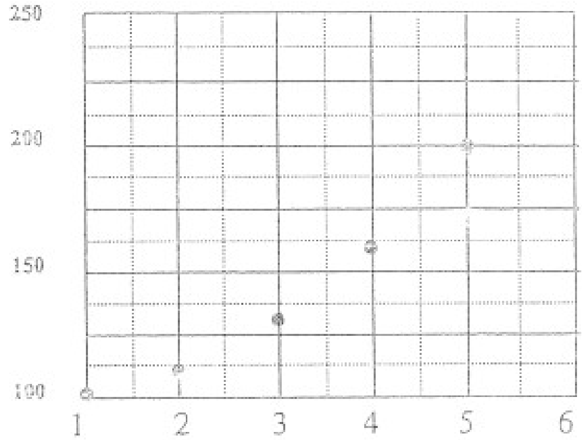
EXERCICE 2 *(5 points)*

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un fournisseur d'accès à Internet, souhaite faire une prévision du nombre de ses abonnés pour l'année 2005, il établit un relevé du nombre des abonnés des années 2000 à 2004.

Il affecte l'indice 100 à l'année 2000 pour établir la statistique des abonnés et consigne les données sur le tableau et le graphique ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5
Indice y_i	100	112	130	160	200



PARTIE A

1) Le nombre d'abonnés était de 2040 pour l'année 2000, de combien est-il pour l'année 2004 ?
2) Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 2003 et 2004 ?
3) Quelle est l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés ?
4) Quelles prévisions du nombre d'abonnés peut-on faire pour les années 2005 et 2010 ?
   On arrondira à l'entier le plus proche.

PARTIE B

Le fournisseur décide d'utiliser un changement de variable pour obtenir un autre ajustement, il crée un nouveau tableau en posant $Y = \ln(y)$.

1) Recopier et compléter le tableau. *On donnera les valeurs arrondies à 10^{-2}.*

x_i	1	2	3	4	5
$Y_i = \ln y_i$					

2) Dans le plan muni d'un repère, construire le nuage de points de coordonnées (x_i, Y_i) et la droite de régression de Y en x donnée par l'équation : $Y = 0{,}17\,x + 4{,}39$.
3) Exprimer le nombre d'abonnés n_i en fonction du rang x_i de l'année.
4) En déduire une nouvelle prévision du nombre d'abonnés pour les années 2005 et 2010.

EXERCICE 3 *(5 points)*

Commun à tous les candidats

Tableau d'informations n° 1.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Signe de $u(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $u'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	

Le *tableau d'informations n° 1* ci-dessus fournit des informations sur une fonction u définie et dérivable sur IR.

1) Établir un tableau des variations de la fonction u.

On considère maintenant les fonctions f et g définies par $f(x) = ln(\ u(x)\ )$ et $g(x) = e^{u(x)}$ où u désigne la fonction de la question précédente.

2) a) Une des deux affirmations suivantes est fausse, laquelle ? Justifier en précisant le bon ensemble de définition :

Affirmation 1 : « La fonction f est définie sur IR »

Affirmation 2 : « La fonction g est définie sur IR »

b) Donner les variations des fonctions f et g. Énoncer le(s) théorème(s) utilisé(s).

c) Déterminer, en justifiant avec soin, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x)$.

d) Résoudre dans IR l'équation $g(x) = 1$.

3) Voici d'autres informations relatives à la fonction u et à sa dérivée u'.

Tableau d'informations n° 2.

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	2	3
$u(x)$	4	-2	$-\frac{9}{4}$	0	4
$u'(x)$	-5	-1	0	3	5

Terminer chacune des deux phrases a) et b) par la réponse qui vous semble exacte, *parmi celles proposées dans les cadres ci-dessous*, en justifiant votre choix.

a) La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est parallèle :

• *à l'axe des abscisses*	• *à la droite d'équation* $y = x$	• *à la droite d'équation* $y = 3x$

b) Le nombre $f'(-2)$:

• *n'existe pas*	• *vaut* -20	• *vaut* $-\frac{4}{5}$	• *vaut* $-\frac{5}{4}$	• *vaut* $\frac{5}{4}$

EXERCICE 4 *(6 points)*

Commun à tous les candidats

On propose aux élèves, Quentin, Nicolas et Lucien de répondre à un Q.C.M. comportant 4 questions dont voici le barème et les instructions :

> Pour chaque question, une seule des quatre propositions A, B, C ou D est exacte.
>
> L'élève recopie sur sa feuille une grille de réponses présentée comme ci-dessous :

Question	Réponse : A, B, C, D
1	
2	
3	
4	

> *Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point.*
> *L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.*
> *Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.*

Les trois candidats <u>répondent correctement à la première question.</u>

1) Quentin choisit de ne pas répondre à la question n° 2 et de donner une réponse à chacune des deux dernières questions, en choisissant au hasard et de façon équiprobable, l'une des 4 réponses proposées.

   a) Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?
   b) Combien de grilles différentes peut-il remplir ?
   c) Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?
   d) Quelle probabilité a-t-il de faire deux fautes ?
   e) Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité.
   En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

2) Nicolas adopte la stratégie de donner une réponse à chacune des trois dernières questions en choisissant au hasard et de façon équiprobable l'une des 4 réponses proposées.

   a) Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M. ?
   b) Combien de grilles différentes peut-il remplir ?
   c) Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute ?
   d) Quelle probabilité a-t-il de faire trois fautes ?
   e) Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité.
   En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.

3) Lucien choisit de ne répondre à aucune des trois dernières questions.
   Classer les stratégies de Quentin, Nicolas et Lucien.