BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

session 2006

MATHÉMATIQUES

série : **ES**

obligatoire

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** – COEFFICIENT : **5**

Ce sujet comporte six pages numérotées de 1/6 à 6/6
dont une annexe à rendre avec la copie.

Ce sujet nécessite une feuille de papier millimétré.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 1: (4 points) *Commun à tous les candidats*

La courbe (C_f) de la figure 1 est une partie de la courbe représentative, relativement à un repère orthogonal, d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-4;+\infty[$.

On donne les renseignements suivants :

- les points A(–3 ; 0), B(–2 ; e^2) et C(0 ; 3) sont des points de la courbe (C_f) ;
- l'axe des abscisses est asymptote à la courbe (C_f) en $+\infty$;
- la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[-2;+\infty[$;
- la droite tangente à la courbe (C_f) en son point C passe par le point D(2 ; – 1).

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

Pour chacune des affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse à l'aide des renseignements ci-dessus ou du graphique.

1. La limite de la fonction f en $+\infty$ est 1.
2. $f'(0)=\dfrac{-1}{2}$.
3. Pour tout x élément de l'intervalle $[-2;+\infty[$, on a : $f'(x)\leq 0$.
4. Si la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-4;+\infty[$, alors la fonction F est décroissante sur l'intervalle $[-2;+\infty[$.
5. $\int_{-2}^{0} f(x)dx < 15$.

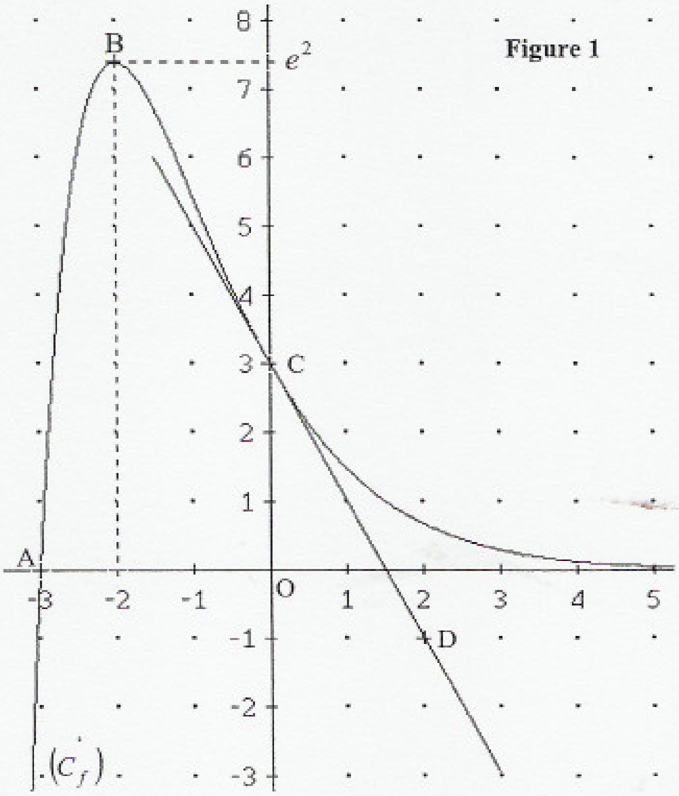

Figure 1

Exercice 2: (5 points) *Commun à tous les candidats*

Un appareil de très haute technologie est installé dans un laboratoire d'analyse médicale.
L'installateur assure une maintenance à l'issue de chaque semaine d'utilisation. Pour cette maintenance, soit il doit se déplacer (intervention directe sur l'appareil), soit une assistance téléphonique suffit.

A l'issue d'une semaine de fonctionnement, trois situations sont possibles :

- Situation $\mathcal{A}$: l'appareil a fonctionné normalement ;
- Situation $\mathcal{B}$: l'appareil a eu des arrêts épisodiques ;
- Situation $\mathcal{C}$: l'appareil a eu des arrêts très fréquents.

Dans la situation $\mathcal{A}$, l'installateur doit se déplacer 1 fois sur 2.

Dans la situation $\mathcal{B}$, l'installateur doit se déplacer 7 fois sur 10.

L'installateur sait par expérience que, à l'issue de chaque semaine de fonctionnement,

- la probabilité d'être dans la situation $\mathcal{A}$ est 0,6 ;
- la probabilité d'être dans la situation $\mathcal{B}$ est 0,3 ;
- la probabilité qu'il doive se déplacer est 0,6.

Partie A :. L'appareil a été utilisé pendant une semaine.
On considère les événements suivants :
A : « On se trouve dans la situation $\mathcal{A}$ »
B : « On se trouve dans la situation $\mathcal{B}$ »
C : « On se trouve dans la situation $\mathcal{C}$ »
S : "L'installateur se déplace"
T : « L'installateur effectue une assistance téléphonique »

On pourra construire un arbre pondéré que l'on complétera au fur et à mesure.

1. Calculer la probabilité de l'événement T.
2. Démontrer que, lorsqu'on se trouve dans la situation $\mathcal{C}$, la probabilité que l'installateur se déplace est 0,9.
3. On sait que l'installateur s'est déplacé. Déterminer la probabilité que l'on ait été dans la situation $\mathcal{B}$.

Partie B : L'installateur devra effectuer la maintenance trois semaines de suite.

On admet que les événements qui surviendront au cours de chacune de ces trois semaines sont indépendants.

1. Quelle est la probabilité que l'installateur ait à effectuer exactement deux déplacements sur les trois semaines ?

2. a) Donner la loi de probabilité associée au nombre de déplacements à effectuer sur les trois semaines.

   b) Montrer que l'espérance mathématique de cette loi vaut 1,8.

   c) Pour l'installateur, un déplacement revient à 300 € (l'assistance téléphonique ne lui coûte rien).
   L'installateur décide de proposer à son client un forfait pour trois semaines de maintenance.
   Déterminer le montant minimum de ce forfait afin que l'installateur puisse espérer rentrer dans ses frais.

<u>Exercice 3</u>: (5 points) *Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

La société MERCURE vend des machines agricoles. Suite à une restructuration en 1998, elle a pu relancer sa production et ses bénéfices annuels ont évolué comme indiqué dans le tableau suivant :

Année	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Bénéfice en k€ : y_i	64	75	100	113	125	127

1. a) Construire le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\,;y_i)$ dans un repère orthogonal. Les unités graphiques seront : 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses ; 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées.

   b) Donner les coordonnées du point moyen G du nuage (arrondir au dixième). Placer le point G dans le repère.

2. En première approximation, on envisage de représenter le bénéfice y comme une fonction affine du rang x de l'année.

   a) Donner une équation de la droite d'ajustement (D) obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).

   b) Tracer cette droite (D) dans le repère.

   c) Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec cette approximation ?

3. En observant le nuage de points, on envisage un deuxième modèle d'ajustement donné par $y=f(x)$ avec $f(x)=-2x^2+23x+63$.

   a) Etudier les variations de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 6].

   b) Tracer la courbe représentative (C_f) de la fonction f dans le repère de la question 1.

   c) Quelle prévision ferait-on pour le bénéfice en 2005 avec ce deuxième modèle d'ajustement ?

4. En réalité, le bénéfice en 2005 est en hausse de 0,9 % par rapport à celui de 2004. Des deux ajustements envisagés dans les questions précédentes, quel est celui qui donnait la meilleure prévision pour le bénéfice en 2005 ?

Exercice 4: **(6 points)** *Commun à tous les candidats*

Partie A: Etude préliminaire

On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$.

x	-3	-2	$+\infty$
$g(x)$	$\|\| \; -\infty$	$\nearrow \; 0 \; \nearrow$	2

1. On note f la fonction définie sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$ par : $f(x)=ln(g(x))$.
   a) Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]-2\,;+\infty[$.
   b) Déterminer la limite de f en (-2) et la limite de f en $+\infty$, puis donner le tableau de variations de f.

2. Soit G la primitive de la fonction g sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$ qui est telle que : $G(-2)=0$.
   Démontrer que la fonction G admet un minimum en (-2).

Partie B:

Dans cette partie, la fonction g est la fonction définie sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$ par : $g(x)=2-\dfrac{2}{x+3}$.

1. En utilisant cette définition de la fonction g, retrouver tous les renseignements donnés dans le tableau de variation de la partie A.

2. Comme dans la première question de la partie A, on définit la fonction f par :

   pour tout x élément de l'intervalle $]-2\,;+\infty[$, $f(x)=ln\left(2-\dfrac{2}{x+3}\right)$.

   Soit (C_f) la courbe représentative de cette fonction f relativement à un repère orthogonal. La courbe (C_f) est représentée sur la figure fournie en annexe.

   a) La courbe (C_f) admet–elle des asymptotes ? Justifier.
   Si oui, en donner des équations et les tracer sur la figure fournie en annexe.

   b) La courbe (C_f) coupe l'axe des abscisses en un point A. En utilisant l'expression de $f(x)$ déterminer les coordonnées du point A et placer ce point sur la figure fournie en annexe.

   c) Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe (C_f) en son point d'abscisse (-1). Tracer la droite (T) sur la figure fournie en annexe.

3. Comme dans la deuxième question de la partie A, on définit la fonction G par :
   G est la primitive sur l'intervalle $]-3\,;+\infty[$ de la fonction $g : x \to 2-\dfrac{2}{x+3}$ et $G(-2)=0$.
   Calculer $G(x)$ pour x réel de l'intervalle $]-3\,;+\infty[$.

ANNEXE: A compléter et à rendre avec la copie.

Figure fournie pour l'exercice 4.