BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2009

MATHÉMATIQUES

Série : **ES**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** – COEFFICIENT : **5**

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 *(4 points)*

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes quatre réponses sont proposées, une seule de ces réponses convient.
Sur votre copie, noter le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Une seule réponse est acceptée.

Barème : Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève 0,5 point ; l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total donne un nombre négatif, la note attribuée à cet exercice sera ramenée à zéro.

1. On désigne par $\mathcal{C}$ la courbe représentative dans un repère orthogonal d'une fonction g définie sur $]2\,;+\infty[$. Si $\lim_{x\to 2} g(x) = +\infty$, alors :
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}$
   - La droite d'équation $y = 2$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}$
   - La droite d'équation $x = 2$ est asymptote horizontale à $\mathcal{C}$
   - La droite d'équation $x = 2$ est asymptote verticale à $\mathcal{C}$

2. Pour tout nombre réel x, $\ln(4e^{x})$ est égal à :
   - $x + \ln 4$
   - $4 + x$
   - $2x$
   - $4x$

3. Soit f la fonction définie sur l'ensemble des réels $\mathbf{R}$ par $f(x) = e^{-x^2}$ et soit f' sa fonction dérivée sur $\mathbf{R}$. Alors :
   - $f'(x) = -x^2e^{-2x}$
   - $f'(x) = -2xe^{-x^2}$
   - $f'(x) = e^{-2x}$
   - $f'(x) = e^{-x^2}$

4. $\lim_{x\to+\infty} e^{1-\ln x}$ est égale à :
   - $-\infty$
   - 0
   - e
   - $+\infty$

Exercice 2 (*5 points*)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne l'évolution du marché des capteurs solaires installés en France métropolitaine entre 2000 et 2007.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année : x_i $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
Surface de capteurs solaires installés en milliers de m^2 : y_i $1 \leqslant i \leqslant 8$	6	18	23	39	52	121	220	253

Source : ENERPLAN (*Association professionnelle de l'énergie solaire*)

L'objectif gouvernemental est d'atteindre un marché d'un million de m^2 en 2010.

1.
   a. Calculer le pourcentage d'augmentation de la surface des capteurs solaires installés entre les années 2006 et 2007.

   b. Si ce pourcentage reste le même d'année en année jusqu'en 2010, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

2.
   a. Sur une feuille de papier millimétré, représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$; $1 \leqslant i \leqslant 8$, dans un repère orthogonal du plan (on prendra 2 cm pour une année en abscisse et en ordonnée 1 cm pour 20 milliers de m^2 de capteurs solaires installés).

   La forme du nuage suggère de faire un ajustement exponentiel.
   Pour cela on pose $z_i = \ln(y_i)$.

   b. Après l'avoir recopié, compléter le tableau suivant où les valeurs z_i seront arrondies au centième.

Rang de l'année : x_i $1 \leqslant i \leqslant 8$	0	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$ $1 \leqslant i \leqslant 8$	1,79							

   c. En utilisant la calculatrice, déterminer par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Les coefficients seront arrondis au centième.

   d. On suppose que l'évolution se poursuit de cette façon jusqu'en 2010.
   À l'aide de cet ajustement exponentiel, estimer en m^2 la surface de capteurs solaires installés en 2010.
   Si l'évolution se poursuit selon ce modèle, l'objectif gouvernemental sera-t-il atteint ?

Exercice 3 (*5 points*)

Commun à tous les candidats

Dans un laboratoire, se trouve un atelier nommé « L'École des Souris ». Dès leur plus jeune âge, les souris apprennent à effectuer régulièrement le même parcours. Ce parcours est constitué de trappes et de tunnels que les souris doivent emprunter pour parvenir à croquer une friandise. Plus la souris effectue le parcours, plus elle va vite.
Une souris est dite « performante » lorsqu'elle parvient à effectuer le parcours en moins d'une minute.
Cette « École » élève des souris entraînées par trois dresseurs : 48 % des souris sont entraînées par Claude, 16 % par Dominique et les autres par Eric.
Après deux mois d'entraînement, on sait que :

- parmi les souris de Claude, 60 % sont performantes ;
- 20 % des souris de Dominique ne sont pas encore performantes ;
- parmi les souris d'Eric, deux sur trois sont performantes.

On choisit au hasard une souris de cette « École ».

On note C, D, E et P les événements suivants :

- C : « la souris est entraînée par Claude » ;
- D : « la souris est entraînée par Dominique » ;
- E : « la souris est entraînée par Eric » ;
- P : « la souris est performante ».

1.
   a. Déterminer $p(\mathrm{C})$, $p(\mathrm{E})$, $p_{\mathrm{D}}(\overline{\mathrm{P}})$ et $p_{\mathrm{E}}(\mathrm{P})$.
   b. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2. Déterminer la probabilité de l'événement « la souris est entraînée par Claude et est performante ».

3. Démontrer que la probabilité pour une souris d'être performante est de 0,656.

Pour les questions suivantes, on arrondira les résultats au millième.

4. On choisit au hasard une souris parmi celles qui sont performantes.
   Quelle est la probabilité que cette souris soit entraînée par Dominique ?

5. *Pour cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte.*
   On choisit maintenant au hasard quatre souris de cette « École ».
   On assimile ce choix à un tirage avec remise.
   Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une souris performante ?

Exercice 4 (*6 points*)

Commun à tous les candidats

Le plan est rapporté à un repère orthogonal.
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2x(1 - \ln x)$.
On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

1.
   a. Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en 0 (on rappelle que la limite en 0 de la fonction u définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $u(x) = x\ln x$ est 0).

   b. Déterminer $f'(x)$ pour $x \in\ ]0\,;+\infty[$ où f' est la fonction dérivée de f.

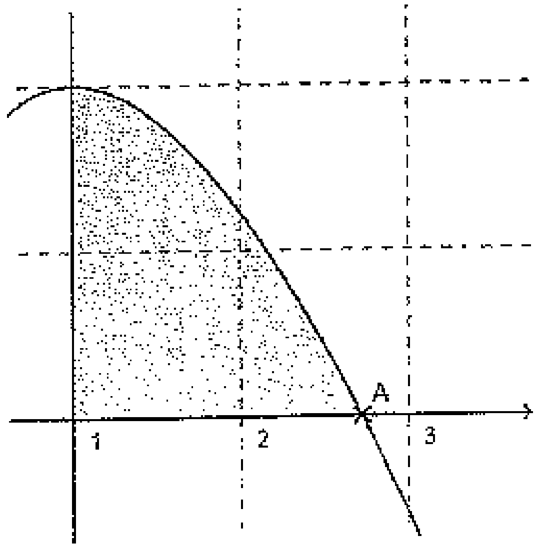
   c. Étudier le signe de $f'(x)$ pour $x \in\ ]0\,;+\infty[$; puis dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

2. Résoudre sur $]0\,;+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. En déduire que la courbe $\mathcal{C}$ admet un unique point d'intersection A avec l'axe des abscisses et donner les coordonnées du point A.

3.
   a. Résoudre, par un calcul, l'inéquation $f(x) \geqslant 0$ dans l'intervalle $]0\,;+\infty[$.
   Que peut-on en déduire pour la courbe $\mathcal{C}$?

   b. Montrer que la fonction F définie sur $]0\,;+\infty[$ par $F(x) = x^2\left(\frac{3}{2} - \ln x\right)$ est une primitive de f sur $]0\,;+\infty[$.

   c. On désigne par $\boldsymbol{D}$ le domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.



Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire de $\boldsymbol{D}$ puis, en donner une valeur approchée à 10^{-2} près.