BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2009

MATHÉMATIQUES

Série : **ES**

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures.** – COEFFICIENT : **7**

Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1 à 5.

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats. .

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter tous les exercices.
Il est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (*4 points*)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions ci-dessous, une et une seule affirmation est juste. Le candidat doit porter sur sa copie le numéro de la question ainsi que la lettre associée à la réponse choisie. ***Aucune justification n'est demandée.***
Une bonne réponse rapporte 1 point, une mauvaise réponse retire 0,25 point et l'absence de réponse n'apporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

On désigne par f une fonction définie sur l'intervalle $I =]-1\ ;+\infty[$.

1. Si la fonction f vérifie que : $\lim\limits_{x\to -1} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, alors :

   a. on peut affirmer que la fonction f est croissante sur I ;

   b. on peut affirmer que la fonction f est monotone sur I ;

   c. on ne peut pas en déduire le sens de variation de f sur I.

2. Si f est strictement croissante sur $[10\ ;+\infty[$, et si g est la fonction définie par : $g(x) = \mathrm{e}^{-f(x)}$, alors :

   a. g est strictement croissante sur $[10\ ;+\infty[$;

   b. on ne peut pas déterminer le sens de variation de g ;

   c. g est strictement décroissante sur $[10\ ;+\infty[$.

3. Si F est la primitive de f sur I, qui prend la valeur $\frac{3}{7}$ en 1 et si $\int_0^1 f(t)\,dt = \frac{2}{5}$, alors :

   a. $F(0) = \frac{1}{2}$;

   b. $F(0) = \frac{1}{35}$;

   c. on ne peut pas déterminer $F(0)$.

4. Si la fonction u est définie par $u(x) = \ln(f(x))$ alors :

   a. la fonction u est définie sur $]0\ ;+\infty[$;

   b. la fonction u est définie sur I ;

   c. on ne peut pas donner le domaine de définition de la fonction u.

Exercice 2 (*6 points*)

Commun à tous les candidats

Le tableau ci-dessous donne les cumuls des nombres d'entrées de cinq films sortis au cours de l'année 2006, d'une part en région parisienne, d'autre part sur la France dans son ensemble. (*source : « le film français », chiffres arrêtés au 3 avril 2007*)

Film	**Indice i** $(1 \leqslant i \leqslant 5)$	**Nombres d'entrées en région parisienne en centaines de milliers : x_i**	**Nombres d'entrées en France en centaines de milliers : y_i**
Pirates des Caraïbes 2	1	10	75
Arthur et les Minimoys	2	9	62
Da Vinci Code	3	7,5	41,5
Ne le dis à personne	4	6,5	32
Indigènes	5	5	29,5

1. *a.* Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$ $(1 \leqslant i \leqslant 5)$ dans le plan rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une centaine de milliers d'entrées sur l'axe des abscisses et 1cm pour 10 centaines de milliers d'entrées sur l'axe des ordonnées).

   b. Déterminer les coordonnées du point moyen G de cette série et placer G dans le repère précédent.

   c. Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de Δ, droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés (les coefficients sont arrondis au dixième). Tracer cette droite dans le repère précédent.

   d. En utilisant cette approximation affine, calculer le nombre d'entrées cumulées sur la France qu'on aurait pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne (on arrondira le résultat à la dizaine de milliers d'entrées).

2. La forme du nuage de points ci-dessus suggère de faire un ajustement par une courbe de type exponentiel d'équation $y = Ae^{Bx}$ (où A et B sont des réels). Pour cela on pose d'abord $z = \ln(y)$.

   a. Recopier et compléter le tableau suivant avec des valeurs de z_i arrondies à 10^{-2} $(1 \leqslant i \leqslant 5)$.

x_i	10	9	7,5	6,5	5
y_i	75	62	41,5	32	29,5
$z_i = \ln(y_i)$					

   b. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (*les coefficients seront arrondis au millième*).

   c. En utilisant la relation $z = \ln(y)$ déterminer alors les valeurs arrondies à 10^{-3} des réels A et B tels que $y = Ae^{Bx}$.

   d. En utilisant l'approximation $y \approx 9{,}689e^{0{,}202x}$, quel nombre d'entrées cumulées sur la France aurait-on pu prévoir pour le film « Les bronzés 3 » sachant qu'il en a réalisé 1 140 000 en région parisienne ? On arrondira le résultat au millier d'entrées.

3. Le nombre d'entrées en fin d'exploitation pour ce film sur la France a été de 10 300 000. Lequel des 2 ajustements semble le plus approprié ?

Exercice 3 (*5 points*)

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère une population donnée d'une île de Bretagne se rendant régulièrement sur le continent. Deux compagnies maritimes A et B effectuent la traversée.
En 2008, 60% de la population voyage avec la compagnie A. Les campagnes publicitaires font évoluer cette répartition. Une enquête indique alors que chaque année 20% des clients de la compagnie A l'abandonnent au profit de la compagnie B et que 10% des clients de la compagnie B choisissent la compagnie A.
Pour tout entier naturel n, l'état probabiliste de l'année 2008 + n est défini par la matrice ligne $(x_n \quad y_n)$ où x_n désigne la proportion de la population qui voyage avec la compagnie A et y_n la proportion de la population qui voyage avec la compagnie B.

1. Représenter la situation par un graphe probabiliste de sommets A et B.

2. Écrire la matrice de transition M de ce graphe en prenant les sommets A et B dans cet ordre.

3. Préciser l'état initial P_0 puis montrer que $P_1 = (0{,}52 \quad 0{,}48)$.

4. Déterminer la répartition prévisible du trafic entre les compagnies A et B en 2011.

5. Déterminer l'état stable et l'interpréter.

6. Montrer que, pour tout entier naturel n, $x_{n+1} = 0{,}7x_n + 0{,}1$.

7. On admet que, pour tout entier naturel n, $x_n = \dfrac{4}{15} \times 0{,}7^n + \dfrac{1}{3}$.

   Déterminer la limite de la suite (x_n) et l'interpréter.

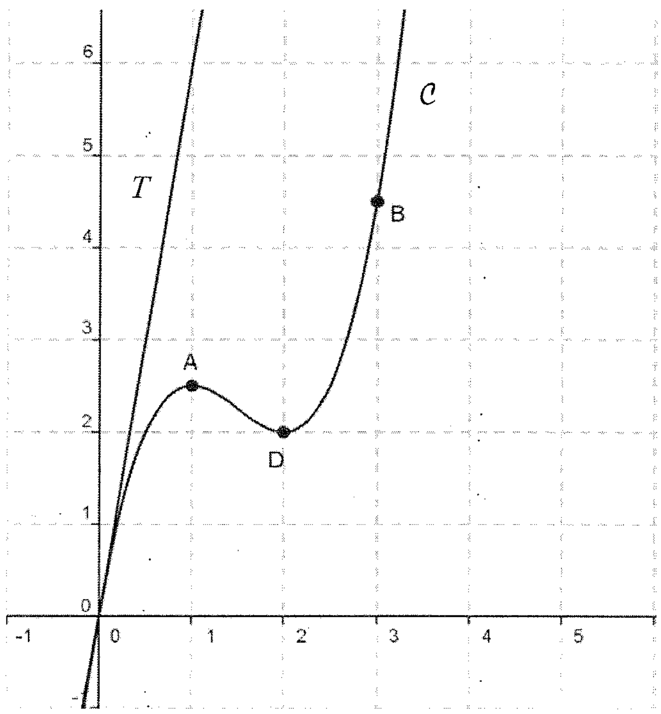
Exercice 4 (5 *points*)

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
Le graphique ci-dessous représente une partie de la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction F définie et dérivable sur [0 ; 4]. On désigne par f la fonction dérivée de F sur l'ensemble des nombres réels **R**.

La courbe $\mathcal{C}$ passe par l'origine O du repère et par les points $A(1\ ;\ \frac{5}{2})$, $B(3\ ;\ \frac{9}{2})$ et $D(2\ ;\ 2)$.

La courbe $\mathcal{C}$ admet en A et en D une tangente horizontale.
On désigne par T, la tangente à $\mathcal{C}$ au point O ; cette tangente T passe par le point de coordonnées (1 ; 6).



1. Que représente la fonction F pour la fonction f ?

2. À partir du graphique et des données de l'énoncé, dresser le tableau de variation de F sur [0 ; 3].

3.
   a. Déterminer graphiquement l'équation réduite de la droite T.
   b. En déduire $f(0)$.

4. Indiquer sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est positive.

5. Déterminer la valeur exacte de l'intégrale $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

6. *Dans cette question, le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.*
   Soit G une autre fonction primitive de f sur [0 ; 4], telle que $G(0) = 1$.
   Calculer $G(3)$.