<u>Exercice 1</u> (commun à tous les candidats) (5 points)

Au rayon « image et son » d'un grand magasin, un téléviseur et un lecteur de DVD sont en promotion pendant une semaine. Une personne se présente :

- la probabilité qu'elle achète le téléviseur est $\frac{3}{5}$
- la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle achète le téléviseur est $\frac{7}{10}$
- la probabilité qu'elle achète le lecteur de DVD si elle n'achète pas le téléviseur est $\frac{1}{10}$.

On désigne par T l'événement : « la personne achète le téléviseur »
et par L l'événement : « la personne achète le lecteur de DVD ».
On notera $\overline{T}$ et $\overline{L}$ les événements contraires respectifs de T et de L.

1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.

2) Déterminer les probabilités des événements suivants (les résultats seront donnés sous forme de fractions) :

a) « la personne achète les deux appareils »

b) « la personne achète le lecteur de DVD »

c) « la personne n'achète aucun des deux appareils ».

3) Montrer que, si la personne achète le lecteur de DVD, la probabilité qu'elle achète aussi le téléviseur est $\frac{21}{23}$.

4) Avant la promotion, le téléviseur coûtait 500 € et le lecteur de DVD 200 €.
Pendant cette semaine, le magasin fait une remise de 15 % pour l'achat d'un seul des deux appareils et de 25 % pour l'achat des deux appareils.
On désigne par D la dépense effective (en €) de la personne.

a) Déterminer les valeurs possibles de D.

b) Déterminer la loi de probabilité de D.

c) Calculer l'espérance mathématique de D.

d) Le responsable du rayon « image et son » prévoit qu'il se présentera dans la semaine 80 personnes intéressées par ces deux appareils.
Quel chiffre d'affaires peut-il espérer effectuer sur la vente de ces deux appareils ?

<u>Exercice 2</u> (commun à tous les candidats) (4 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Une seule réponse par question est acceptée et aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 point. Une mauvaise réponse enlève 0,25 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note totale attribuée à l'exercice est 0.

1) La population d'une commune rurale diminue de 2 % par an.
Sa population aura diminué de moitié dans :

A : 15 ans **B** : 20 ans **C** : 35 ans **D** : 50 ans

2) Le prix d'un article augmente d'un certain pourcentage puis baisse immédiatement du même pourcentage. Finalement le prix de cet article :

A : a augmenté **B** : a baissé **C** : n'a pas varié **D** : on ne peut pas savoir

3) La population mondiale a doublé entre 1960 et 2000.
Le taux d'accroissement moyen annuel a été de :

A : 3 % **B** : 2,75 % **C** : 2,5 % **D** : 1,75 %

4) Pour tout réel x, $\left(e^{x}\right)^{2} \times e^{3x-1}$ est égal à :

A : e^{x^2+3x-1} **B** : $e^{2x(3x-1)}$ **C** : $\dfrac{e^{5x}}{e}$ **D** : $\dfrac{e^{\left(x^2\right)}}{e^{1-3x}}$

5) Le nombre -2 est solution de l'équation :

A : $e^{x}=-2$ **B** : $e^{\ln x}=-2$ **C** : $\ln x=-\ln 2$ **D** : $\ln e^{x}=-2$

6) L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(x+3)<\ln 6$ est :

A : $S=\left]-\infty\,;3\right[$ **B** : $S=\left]-3\,;3\right[$ **C** : $S=\left]0\,;3\right[$ **D** : $S=\left]3\,;+\infty\right[$

7) $\int_{1}^{4} x^{2}dx=\ldots$

A : 6 **B** : 15 **C** : 21 **D** : 63

8) La valeur moyenne sur l'intervalle [1 ; 3] de la fonction qui à x associe $\dfrac{1}{x}$ est :

A : $\dfrac{1}{2}$ **B** : $\dfrac{2}{3}$ **C** : $\ln\sqrt{3}$ **D** : $\ln 2$

Exercice 3 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité) (5 points)

Le 1er janvier 2005, une grande entreprise compte 1500 employés. Une étude montre que lors de chaque année à venir, 10 % de l'effectif du 1er janvier partira à la retraite au cours de l'année. Pour ajuster ses effectifs à ses besoins, l'entreprise embauche 100 jeunes dans l'année.
Pour tout entier naturel n, on appelle u_n le nombre d'employés de l'entreprise le 1er janvier de l'année (2005+n).

1) a) Calculer u_0, u_1 et u_2.
La suite u de terme général u_n est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier les réponses.

b) Expliquer ensuite pourquoi on a, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0{,}9\, u_n + 100$.

2) Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 1000$.

a) Démontrer que la suite v de terme général v_n est géométrique. Préciser sa raison.

b) Exprimer v_n en fonction de n.
En déduire que pour tout entier naturel n, $u_n = 500 \times 0{,}9^n + 1000$.

c) Déterminer la limite de la suite u.

3) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = -50 \times 0{,}9^n$.
En déduire le sens de variation de la suite u.

4) Au 1er janvier 2005, l'entreprise compte un sur-effectif de 300 employés.
A partir de quelle année, le contexte restant le même, l'entreprise ne sera -t-elle plus en sur-effectif ?

<u>Exercice 3</u> (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité) (5 points)

Sur un parcours donné, la consommation y d'une voiture est donnée en fonction de sa vitesse moyenne x par le tableau suivant :

x (en km/heure)	80	90	100	110	120
y (en litres/100 km)	4	4,8	6,3	8	10

1) La consommation est-elle proportionnelle à la vitesse moyenne ? Justifier la réponse.

2) a) Représenter le nuage de points correspondant à la série statistique $(x\,;y)$ dans un repère orthogonal du plan *(on prendra 2 cm pour 10 km/h sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 1 litre sur l'axe des ordonnées).*

b) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.

c) A l'aide de la calculatrice, donner une équation, sous la forme $y = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$, de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés et tracer cette droite (on arrondira a au millième et b au centième).

d) En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture pour une vitesse de 130 km/h.

3) La forme du nuage permet d'envisager un ajustement exponentiel.
On pose : $z = \ln y$ et on admet que la droite d'ajustement obtenue pour les cinq points $(x\,;z)$ du nuage par la méthode des moindres carrés, a pour équation $z = 0,0234x - 0,5080$

a) Ecrire y sous la forme $y = \mathrm{A}e^{\mathrm{B}x}$ (donner A et B arrondis à 10^{-4}).

b) Tracer, sur le même graphique, la courbe d'équation $y = \mathrm{A}e^{\mathrm{B}x}$ pour x élément de l'intervalle [80 ; 120].

c) En utilisant cet ajustement, estimer la consommation aux 100 km (arrondie au dixième) de la voiture, pour une vitesse de 130 km/h .

4) Des deux valeurs obtenues dans les questions 2.d et 3.c, pour la consommation à une vitesse de 130 km/h, laquelle vous semble la plus proche de la consommation réelle ? Expliquer votre choix.

<u>Exercice 4</u> (commun à tous les candidats) (6 points)

On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction f définie sur $]0;1[\cup]1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ et on nomme C sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
$f(x)$	$\Vert$	$-\infty$ $\nearrow$	$-e$	$\searrow$ $-\infty$	$\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	0

1) Justifier les éléments suivants donnés par ce tableau de variations :
   signe de $f'(x)$, limites aux bornes de l'ensemble de définition, image de $\frac{1}{e}$ par *f*.
   On admet que : $\lim\limits_{x\to 0} x\ln x = 0$.

2) Combien la courbe C possède-t-elle d'asymptotes ? Donner une équation de chacune d'elles.

3) a) Donner une équation de la tangente à la courbe C en son point A d'abscisse $\frac{1}{e}$.

   b) Déterminer une équation de la tangente à la courbe C en son point B d'abscisse e.

4) Indiquer pour quelles valeurs du réel k l'équation $f(x)=k$:
   a) ne possède aucune solution
   b) possède une solution unique
   c) possède deux solutions distinctes.

(Aucune justification n'est attendue dans cette question, on pourra s'aider de la représentation graphique de la fonction *f* obtenue à l'aide de la calculatrice)