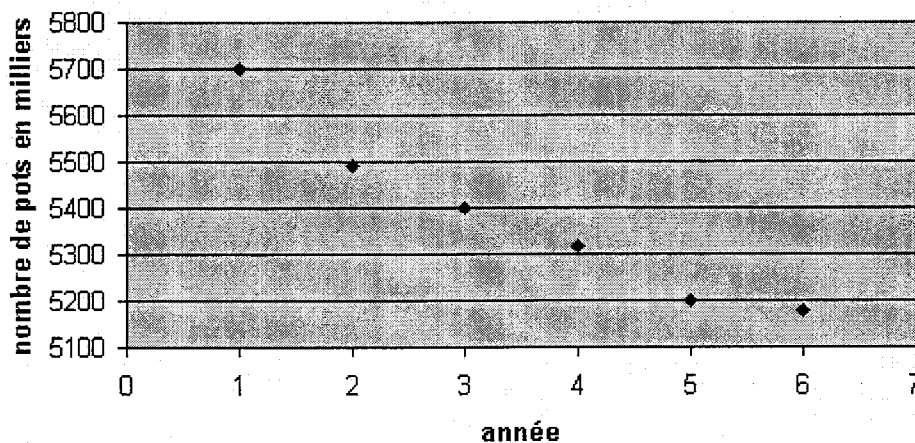


**Exercice 1 : (4 points)** Commun à tous les candidats

Le tableau suivant donne l'évolution de la vente de pots de plantes vertes en milliers de pots en France, de 1999 à 2004.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang $x_i$ de l'année	1	2	3	4	5	6
Nombre $y_i$ de pots de plantes (en milliers de pots)	5702	5490	5400	5319	5200	5180

**Vente de pots de plantes**



Pour ce nuage de points, un ajustement affine ne semble pas adapté. On cherche alors un ajustement exponentiel.

1. On pose  $z_i = \ln y_i$ .
  - a) Calculer les valeurs  $z_i$  du tableau associées aux rangs  $x_i$ , en arrondissant au centième et pour  $i$  variant de 1 à 6. On portera ces valeurs dans le tableau situé sur l'annexe 1.
  - b) Construire, sur une feuille de papier millimétré, le nuage de points  $N_i(x_i; z_i)$ , dans le repère orthogonal défini de la manière suivante:
    - sur l'axe des abscisses, on place 0 à l'origine et on prend 2 cm pour représenter 1 année
    - sur l'axe des ordonnées, on place 8,50 à l'origine et on prend 1 cm pour représenter 0,01.
2.
  - a) A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite  $d$  d'ajustement de  $z$  en  $x$ , obtenue par la méthode des moindres carrés (on ne demande pas le détail des calculs). Les coefficients seront arrondis au centième.
  - b) Tracer la droite  $d$  dans le repère précédemment défini.
  - c) Déterminer la relation entre  $y$  et  $x$ , sous la forme  $y = Ae^{Bx}$ , qui traduit l'équation de la droite d'ajustement  $d$ . Le nombre  $A$  est arrondi à l'unité et le nombre  $B$  arrondi au centième.
3.
  - a) On suppose que l'évolution de la vente reste conforme à l'ajustement calculé à la question 2. Donner alors une estimation du nombre de pots qu'on peut espérer vendre en 2006, exprimé en milliers de pots (résultat arrondi à l'unité).
  - b) Une étude concurrente donne une estimation pour 2006 de 5085 milliers de pots vendus. Calculer la différence entre les deux estimations. Quel pourcentage cette différence représente-t-elle par rapport à la première estimation? (on donnera une valeur approchée arrondie au centième de ce résultat).

**Exercice 2 : (5 points)** Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :

$$u_1 = 12 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + 5 \text{ pour tout entier naturel } n \geq 1 .$$

1. Utiliser les droites d'équations  $y = x$  et  $y = \frac{1}{3}x + 5$  pour construire les quatre premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

*(Cette construction est à faire sur le graphique de l'annexe 3 - exercice 2 - Spécialité)*

Que peut-on conjecturer à propos de la limite de la suite  $(u_n)$  ?

2. Soit la suite  $(v_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n \geq 1$ , par :  $v_n = u_n - \frac{15}{2}$ .

a) Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{3}$ .

b) Exprimer alors  $v_n$  en fonction de  $n$ .

c) Déterminer la limite de la suite  $(v_n)$  puis en déduire la limite de la suite  $(u_n)$ .

3. Est-il possible de déterminer  $n$  de sorte que :

a)  $u_n - \frac{15}{2} \leq 10^{-6}$  ?

b)  $u_n - \frac{15}{2} \geq 10^6$  ?

**Exercice 2 : (5 points)** *Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

Une entreprise de transports routiers dispose de 16 camions dont :

- 9 sont considérés comme « anciens »
- 4 sont considérés comme « récents »
- 3 sont considérés comme « neufs ».

**Partie A**

L'entreprise décide d'observer l'état des 16 camions pendant une période donnée .

On sait de plus que, pendant cette période, la probabilité que :

- un camion « ancien » ait une panne, est égale à 0,08
- un camion « récent » ait une panne, est égale à 0,05
- un camion « neuf » ait une panne, est égale à 0,0025.

On choisit au hasard un camion parmi les 16 .

On note les événements suivants :

A : « le camion est ancien »

R : « le camion est récent »

N : « le camion est neuf »

D : « le camion a une panne ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant les éventualités associées au choix d'un camion .
2. Calculer la probabilité que le camion choisi soit récent et ait une panne ( *on donnera, pour cette question et les deux suivantes, à chaque fois une valeur approchée du résultat arrondie à  $10^{-4}$  près*).
3. Calculer la probabilité que le camion choisi ait une panne.
4. Calculer la probabilité que le camion soit neuf sachant qu'il n'a pas de panne.

**Partie B**

**Dans cette partie, on s'intéresse seulement aux camions « neufs ».**

*(on donnera, pour chacune des questions suivantes, une valeur approchée du résultat arrondie au millième).*

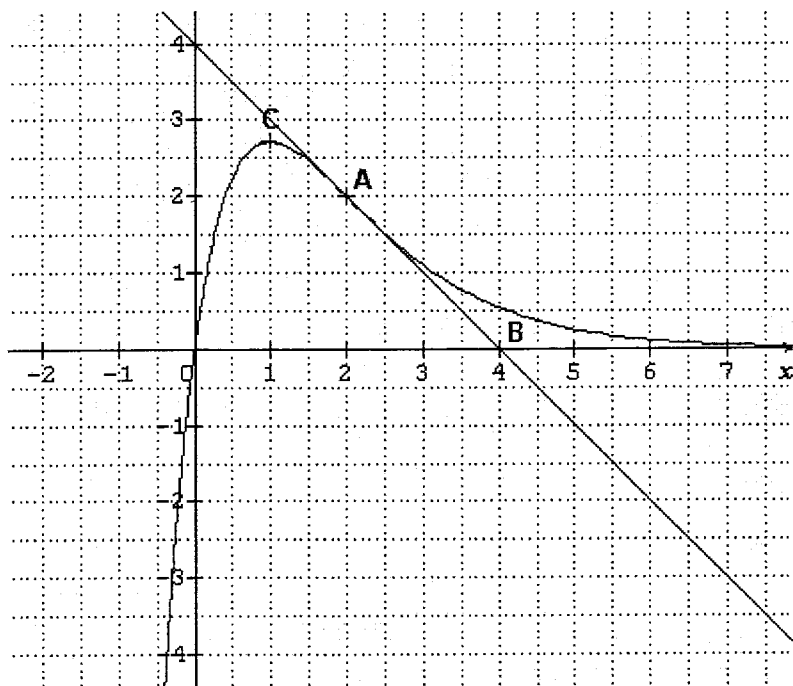
Un camion peut être indisponible pour des raisons de matériel ou de personnel. Chaque camion neuf a de façon indépendante une probabilité d'indisponibilité de 0,01 .

Déterminer la probabilité pour qu'un jour donné :

1. tous les camions « neufs » soient indisponibles (événement T)
2. un camion « neuf » au moins soit indisponible (événement M)
3. deux camions « neufs » exactement soient disponibles (événement S).

**Exercice 3 : (6 points) Commun à tous les candidats**

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormal, la courbe représentative  $\Gamma$  d'une fonction  $g$  définie et dérivable sur  $\mathbf{R}$ . La courbe  $\Gamma$  passe par les points  $O(0; 0)$  et  $A(2; 2)$ . La droite  $(AB)$  est la tangente en  $A$  à la courbe  $\Gamma$ . La tangente à  $\Gamma$  au point  $C$  d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.



1. Déterminer graphiquement les valeurs de  $g(0)$ ,  $g(2)$ ,  $g'(1)$ ,  $g'(2)$ .
2. Une des représentations graphiques présentées sur l'annexe 2, représente la fonction dérivée  $g'$  de  $g$  et une autre représente une primitive  $G$  de  $g$  sur  $\mathbf{R}$ . Déterminer la courbe associée à la fonction  $g'$  et celle associée à  $G$ ; vous justifierez votre choix à l'aide d'arguments basés sur l'examen des représentations graphiques.
3. On suppose que la fonction  $g$  est de la forme :  $g(x) = (x + a)e^{bx+c}$ , où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres réels.
  - a. Démontrer que  $a = 0$  et que  $c = -2b$ .
  - b. Déterminer  $g'(x)$  en fonction de  $b$  et de  $x$ .
  - c. Calculer alors les valeurs de  $b$  et de  $c$ .
4. Démontrer que la fonction  $G$  définie par  $G(x) = -(x + 1)e^{2-x}$  est une primitive de  $g$  sur  $\mathbf{R}$ .
5. Calculer l'aire  $K$ , exprimée en unités d'aire, de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe  $\Gamma$  et les droites d'équations  $x = 2$  et  $x = 3$ .

**Exercice 4 : (5 points) Commun à tous les candidats**

Cet exercice est un Q.C.M. (Questionnaire à Choix Multiples). Chaque question admet une seule réponse exacte . On portera la réponse dans le tableau prévu en annexe (Annexe 1).

Barème : une bonne réponse rapporte 0,5 point ; une mauvaise réponse enlève 0,25 point.

L'absence de réponse n'apporte, ni n'enlève de point.

Si le total de point est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est ramenée à 0 .

1. L'expression  $f(x) = x(1 + e^{-x}) + 1$  peut aussi s'exprimer ainsi :

a.  $f(x) = \ln e + e^{-x}(x + x e^x)$

b.  $f(x) = x e^{-x}$

c.  $f(x) = x e^{-x} + 1 + e^x$

2. Deux fonctions  $u$  et  $g$  sont connues par leurs tableaux de variations .

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$u(x)$	4	2	-2	$+\infty$

$x$	$-\infty$	$-2$	$2$	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

On a alors :

a.  $g[u(-1)] = -1$

b.  $g[u(-2)] = -2$

c.  $g[u(-1)] = -2$

3. En considérant les fonctions  $u$  et  $g$  précédentes , on a :

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = 4$

b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = -\infty$

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g[u(x)] = +\infty$

4. En considérant la fonction  $g$  de la question 2, l'équation  $g(x) = 3$  admet :

a. exactement une solution sur  $[-4 ; 2]$

b. exactement une solution sur  $[-3 ; +\infty[$

c. exactement une solution sur  $]-\infty ; -2]$

5. Dire que la droite d'équation  $y = x - 1$  est asymptote oblique en  $+\infty$  à la courbe représentative d'une fonction  $f$  dans un repère du plan, revient à dire que :

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$
- $\lim_{x \rightarrow 0} [f(x) - (x-1)] = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)] = 0$

6. La fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $g(x) = e^{-x^2+1}$  est :

- une primitive de la fonction qui à  $x$  associe :  $-x e^{-x^2+1}$
- une primitive de la fonction qui à  $x$  associe :  $-2 x e^{1-x^2}$
- la dérivée de la fonction qui à  $x$  associe :  $-2 x e^{1-x^2}$

7. Une fonction  $f$  est connue par son tableau de variations :

$x$	$-\infty$	3	5	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			$1+e$		1		$+\infty$
	$-\infty$						

Soit  $F$  une primitive de la fonction  $f$  sur  $\mathbf{R}$ . On peut affirmer que :

- $F$  est croissante sur  $] -\infty ; 3 ]$
- $F'$  est positive sur  $\mathbf{R}$
- $F$  est croissante sur  $[ 3 ; 5 ]$

8. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R} - \{4\}$  par :  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 4}$  a pour représentation graphique la courbe  $C$ , dans un repère donné. On peut dire alors que :

- la droite d'équation  $y = x + 1$  est asymptote oblique à  $C$  en  $+\infty$ .
- la droite d'équation  $x = -4$  est asymptote verticale à  $C$
- la droite d'équation  $x = 4$  est asymptote horizontale à  $C$  en  $+\infty$ .

9. Pour toute fonction  $f$  continue et positive sur  $[-1 ; 1]$ , si  $C_f$  est la courbe représentative de  $f$  dans un repère donné du plan, alors  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  est :

- la valeur moyenne de  $f$  sur  $[-1 ; 1]$ .
- l'aire, en unités d'aire, du domaine sous la courbe  $C_f$ , entre les droites d'équations  $x = -1$  et  $x = 1$ .
- égale à  $f(1) - f(-1)$ .

10.  $a$  et  $b$  étant deux nombres réels strictement positifs,  $\ln(a + b)$  est égale à :

- $(\ln a) \times (\ln b)$
- $\ln a + \ln\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \ln b$
- $\ln a + \ln b$ .

**ANNEXE 1 à rendre avec la copie**

**Exercice 1 (question 1.a.)**

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang $x_i$	1	2	3	4	5	6
Nombre $y_i$ de pots de plantes	5702	5490	5400	5319	5200	5180
$z_i = \ln y_i$						

---

**Exercice 4**

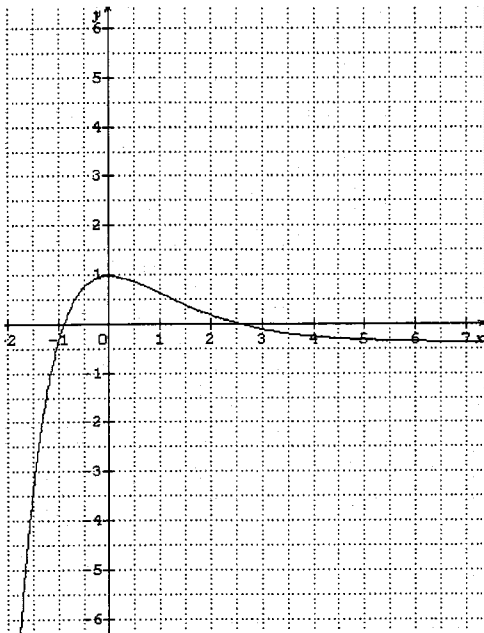
Pour chaque question du Q.C.M., cocher la case correspondant à la bonne réponse.

<b>QUESTIONS</b>	<b>Réponse a</b>	<b>Réponse b</b>	<b>Réponse c</b>
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

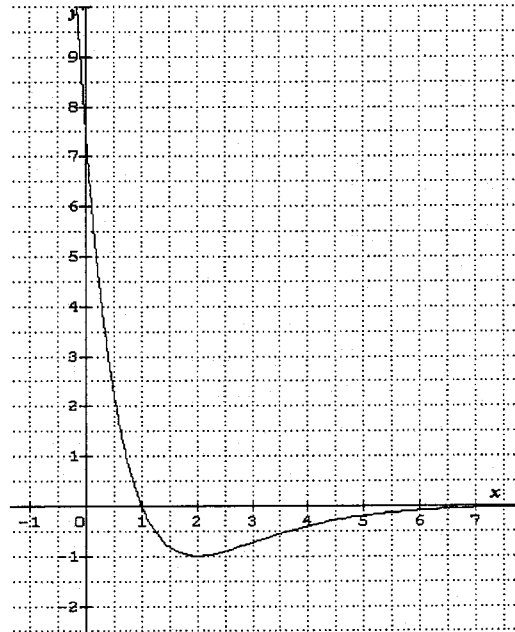
ANNEXE 2 (cette feuille n'est pas à rendre avec la copie)

Courbes de l'exercice 3 - question 1

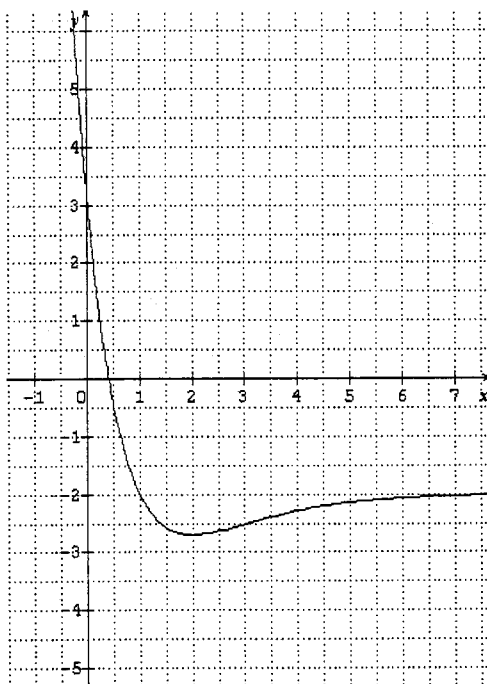
Courbe 1.



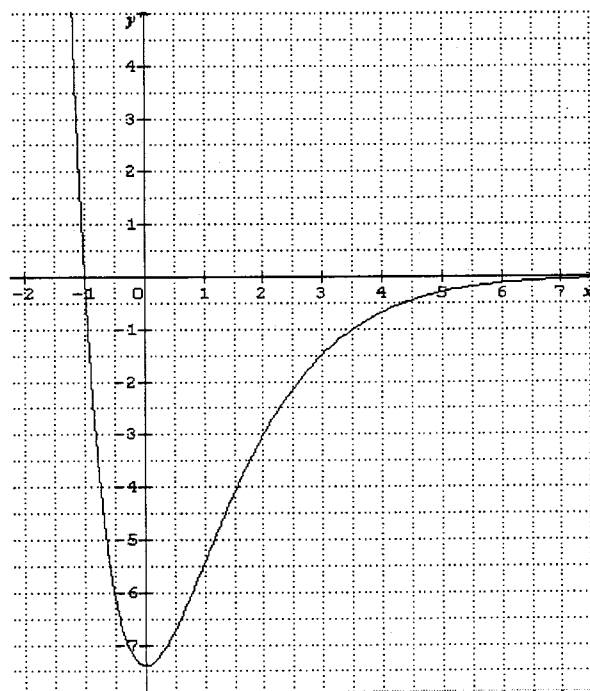
Courbe 2



Courbe 3



Courbe 4





**ANNEXE 3 - Exercice 2 – Spécialité**

**A rendre avec la copie**

