BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2008

MATHÉMATIQUES - Série ES
ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **3 heures** - COEFFICIENT : **7**

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet, qu'il correspond bien à sa série et à son choix d'enseignement (obligatoire ou de spécialité).

Le sujet ne nécessite pas de papier millimétré.

L'utilisation d'un dictionnaire est interdit.

Exercice 2

(5 points) Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Les joueurs d'un club de football sont partagés en deux équipes : une équipe A et une équipe B. L'entraîneur change la composition de ces équipes après chacun des matchs, suivant les performances des joueurs.

Une étude statistique menée au cours des saisons précédentes permet d'estimer que :

- si un joueur fait partie de l'équipe A, la probabilité qu'il reste dans cette équipe pour le match suivant est 0,6
- si un joueur fait partie de l'équipe B, la probabilité qu'il change d'équipe le match suivant est 0,2.

1. Représenter les données précédentes par un graphe probabiliste G de sommets A et B et donner sa matrice de transition.

2. Pour un entier naturel n donné, on note $P_n = (\ a_n \quad b_n\ )$ la matrice ligne décrivant l'état probabiliste lors du match n.
Paul vient d'arriver dans le club et la probabilité a_0 qu'il joue dans l'équipe A pour le match de préparation (match 0) est 0,1.
L'état probabiliste initial est donc $P_0 = (\ 0{,}1 \quad 0{,}9\ )$

a) Vérifier que $P_1 = (\ 0{,}24 \quad 0{,}76\ )$ et calculer P_2.

b) Quelle est la probabilité que Paul joue dans l'équipe A lors du deuxième match de championnat (match 2) ? (on donnera la valeur approchée du résultat arrondie à 10^{-2} près)

3. On admet que, pour tout entier naturel n : $a_{n+1} = 0{,}4a_n + 0{,}2$.

On pose, pour tout entier naturel n : $v_n = a_n - \dfrac{1}{3}$

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,4 et de premier terme $v_0 = \dfrac{-7}{30}$.

b) Exprimer v_n en fonction de n et en déduire que, pour tout entier naturel n :

$a_n = \dfrac{1}{3}(1 - 0{,}7 \times 0{,}4^n)$

c) Déduire de ce qui précède la limite de la suite (a_n).
Quel est l'état stable du graphe G ?