# BACCALAUREAT GENERAL

**SESSION 2004**

## MATHÉMATIQUES

Obligatoire

**SERIE : ES**

**DUREE DE L'EPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5**

**Ce sujet comporte 6 pages dont 1 feuille ANNEXE**

*L'utilisation d'une calculatrice est autorisée*

*Le candidat doit traiter les trois exercices.*
*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

***La feuille ANNEXE est à rendre avec la copie.***

***Tournez la page S.V.P***

## EXERCICE 1 (*7 points*)
## Commun à tous les candidats

Soit $f$ la fonction définie pour tout $x$ élément de **R** par $f(x) = 30e^{-5x}$.
Soit $g$ la fonction définie pour tout $x$ élément de **R** par $g(x) = e^{5x} + 1$.
On admet que $f$ et $g$ sont dérivables sur **R**.

**1.** Démontrer que la fonction $f$ est strictement décroissante sur **R**.

**2.** Démontrer que la fonction $g$ est strictement croissante sur **R**.

**3.** Tracer sur la copie dans un même repère orthogonal les représentations graphiques des fonctions $f$ et $g$ sur l'intervalle [0 ; 0,5] (on prendra 20 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses et 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées).

**4.** Le but de cette question est de résoudre dans **R** l'équation :

$$\text{(E)} : f(x) = g(x).$$

**a.** Montrer que (E) s'écrit aussi : $(e^{5x})^2 + (e^{5x}) - 30 = 0$.

**b.** Résoudre dans **R** l'équation : $X^2 + X - 30 = 0$.

**c.** En déduire que $\dfrac{\ln 5}{5}$ est l'unique solution de l'équation (E).

**5.** Dans cette question, on considère la partie du plan située au dessus de l'axe des abscisses.

Hachurer sur le graphique de la question **3** le domaine situé à la fois sous la courbe de $f$ et sous la courbe de $g$, et limité par les droites d'équation $x = 0$ et $x = 0,5$.

Calculer, en cm$^2$, l'aire $\mathcal{A}$ de ce domaine.
Donner la valeur exacte de l'aire $\mathcal{A}$ puis une valeur approchée à $10^{-1}$ près.

## EXERCICE 2 (*5 points*)

### Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

On considère une fonction $f$ définie et dérivable sur $[0,5\ ;\ 4]$. On note $f'$ la fonction dérivée de la fonction $f$.

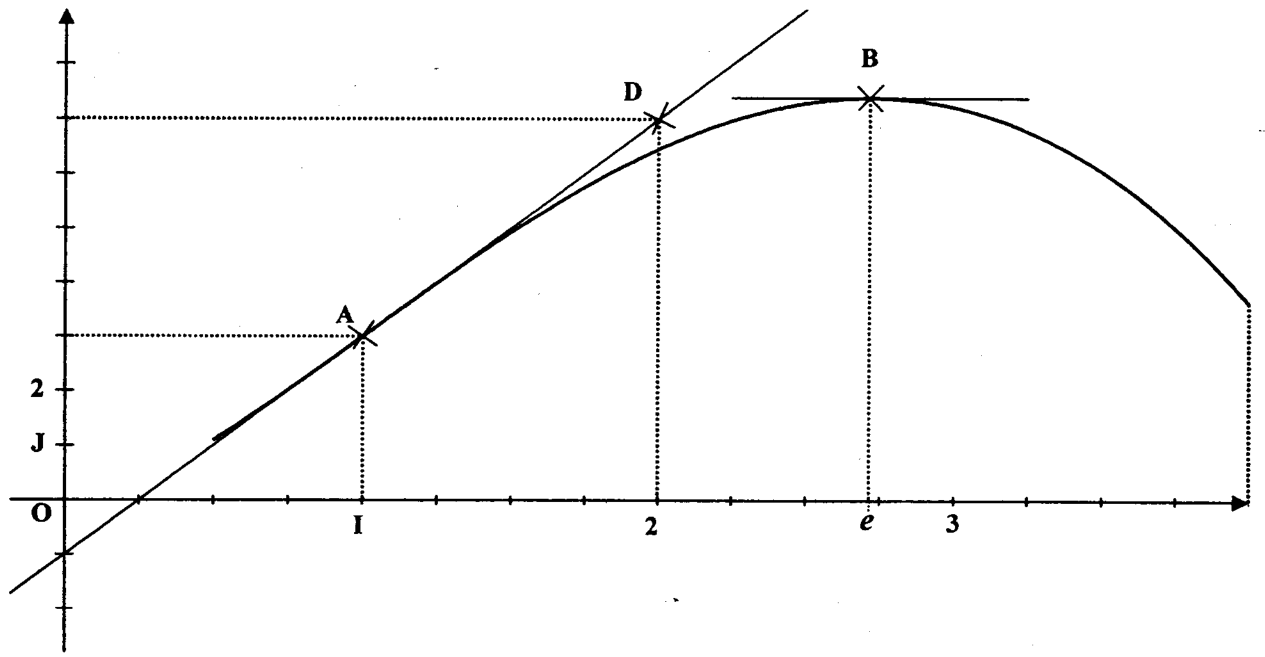
On note (C) la courbe représentative de la fonction $f$ dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J).

La courbe (C) est représentée ci-dessous.

La courbe (C) passe par le point A et admet la droite (AD) pour tangente en A.

La courbe (C) passe par le point B, d'abscisse $e$, et en B elle admet une tangente horizontale.

On rappelle que $e$ est le nombre réel tel que $\ln e = 1$.




1. En utilisant les données graphiques, donner sans justification :
   **a)** le nombre de solutions sur l'intervalle [0,5 ; 4] de l'équation $f(x) = 6$, et une valeur approchée à 0,25 près des solutions éventuelles.
   **b)** Le signe de la dérivée $f'$ de la fonction $f$ sur l'intervalle [0,5 ; 4].
   **c)** Les valeurs de $f'(1)$ et $f'(e)$.

2. Justifier que : $3 \leq \int_1^2 f(x)\,dx \leq 7$.

3. Soit *h, g, et j* les fonctions définies pour tout réel $x$ de l'intervalle [0,5 ; 4] respectivement par :

   $h(x) = (4x)(1 - \ln x)$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{e}{x} - 1$ $\qquad$ $j(x) = \dfrac{2}{e-1}(x-e)(x-3)$.

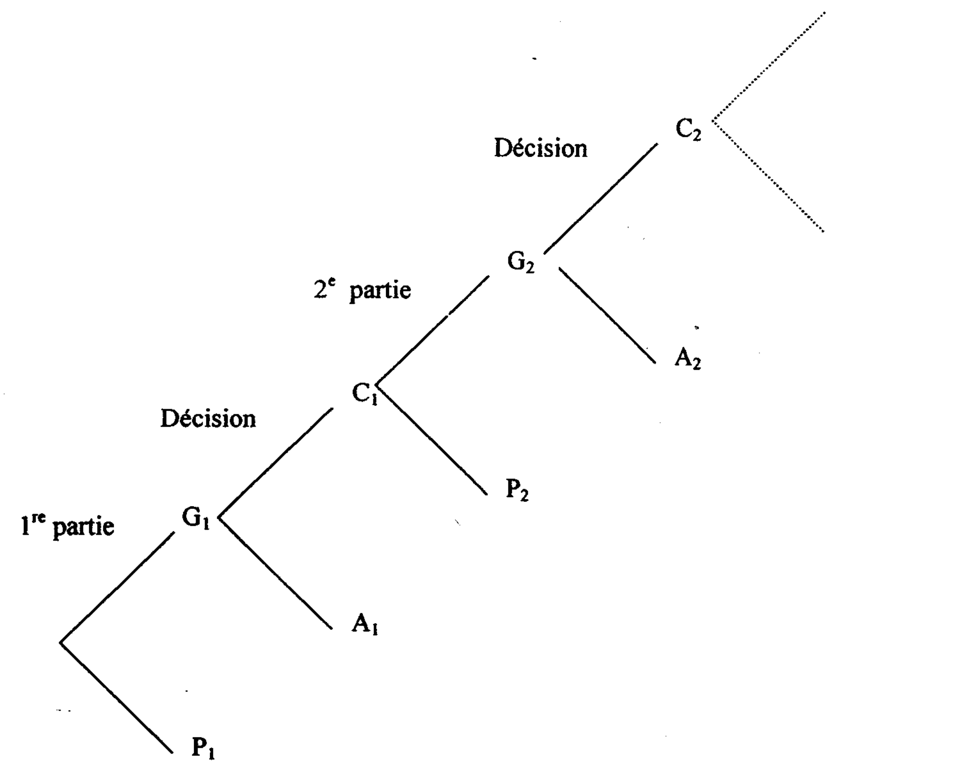
   Parmi ces trois fonctions, deux ne peuvent pas être la dérivée de la fonction $f$.
   Lesquelles ? Pourquoi ?

## EXERCICE 3 (*8 points*)
## Commun à tous les candidats

Un jeu télévisé se déroule sur quatre semaines maximum, et est organisé de la manière suivante :
Un candidat se présente la première semaine et joue une partie.
S'il la gagne, il a la possibilité de poursuivre en deuxième semaine ou de s'arrêter.
S'il la perd, il est éliminé.
Le même processus s'applique en deuxième et troisième semaine.
A l'issue de la quatrième partie le jeu s'arrête, que le candidat ait gagné ou perdu.
Un candidat ayant joué et gagné les quatre parties est déclaré « grand gagnant ».

On admet que pour un candidat donné, la probabilité de gagner une partie est la même chaque semaine et vaut $\frac{3}{5}$.
On admet également, qu'un candidat ayant gagné une partie décide d'arrêter le jeu avec une probabilité de $\frac{1}{10}$.

1. On a dessiné le **début** d'un arbre modélisant le fonctionnement du jeu, pour un candidat donné.
   Compléter sur la feuille **ANNEXE (à rendre avec la copie)** l'arbre identique à celui-ci, et indiquer sur chaque branche les probabilités correspondantes




$G_1$ désigne l'événement : le candidat gagne la première partie.

$P_1$ désigne l'événement : le candidat perd la première partie.

$C_1$ désigne l'événement : le candidat décide de continuer le jeu après la première partie.

$A_1$ désigne l'événement : le candidat décide d'arrêter le jeu après la première partie.

On définit de même les événements $G_2$, $G_3$, $G_4$, $P_2$, $P_3$, $P_4$, $A_2$ et $A_3$.

2. Calculer la probabilité que le candidat gagne la première partie et arrête le jeu.

3. Montrer que la probabilité que le candidat arrête le jeu après avoir gagné la deuxième partie est 0,0324.

4. Calculer la probabilité que le candidat soit « grand gagnant » (donner une valeur approchée à $10^{-4}$ près).

5. On attribue un gain de 100 € à un candidat qui gagne la première partie et décide d'arrêter le jeu.
On attribue un gain de 1 000 € à un candidat qui a gagné les deux premières parties et décide d'arrêter le jeu.
On attribue un gain de 10 000 € à un candidat qui a gagné les trois premières parties et décide d'arrêter le jeu.

On attribue un gain de 100 000 € à un candidat « grand gagnant ».
Dans tous les autres cas, le candidat a perdu et ne gagne rien.

On donne le tableau suivant dont une case n'a pas été remplie :

| **Gain** | 0 € | 100 € | 1 000 € | 10 000 € | 100 000 € |
|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité (exacte ou arrondie) | | 0,06 | 0,0324 | 0,0175 | 0,0945 |

a. Que vaut la probabilité manquante ? Justifier la réponse.

b. Donner une valeur approchée de l'espérance mathématique du gain à 1 € près.

c. Interpréter ce résultat.

**ANNEXE**
**Exercice 3**
**A rendre avec la copie**