

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2009

ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ DE MATHÉMATIQUES

Série L

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4.

L'usage d'une calculatrice est autorisé.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

Marie possède un jeu électronique ayant deux niveaux de jeu. Au début de chaque partie, elle choisit au hasard un des niveaux de jeu. Une étude statistique des parties déjà jouées permet d'affirmer que si Marie joue au niveau 1, elle gagne trois fois sur quatre et si elle joue au niveau 2, elle ne gagne que deux fois sur cinq.

Marie joue une partie.

On note A, B et G les événements suivants :

A : « Marie joue au niveau 1 »

B : « Marie joue au niveau 2 »

G : « Marie gagne la partie ».

1. Donner, à l'aide de l'énoncé :

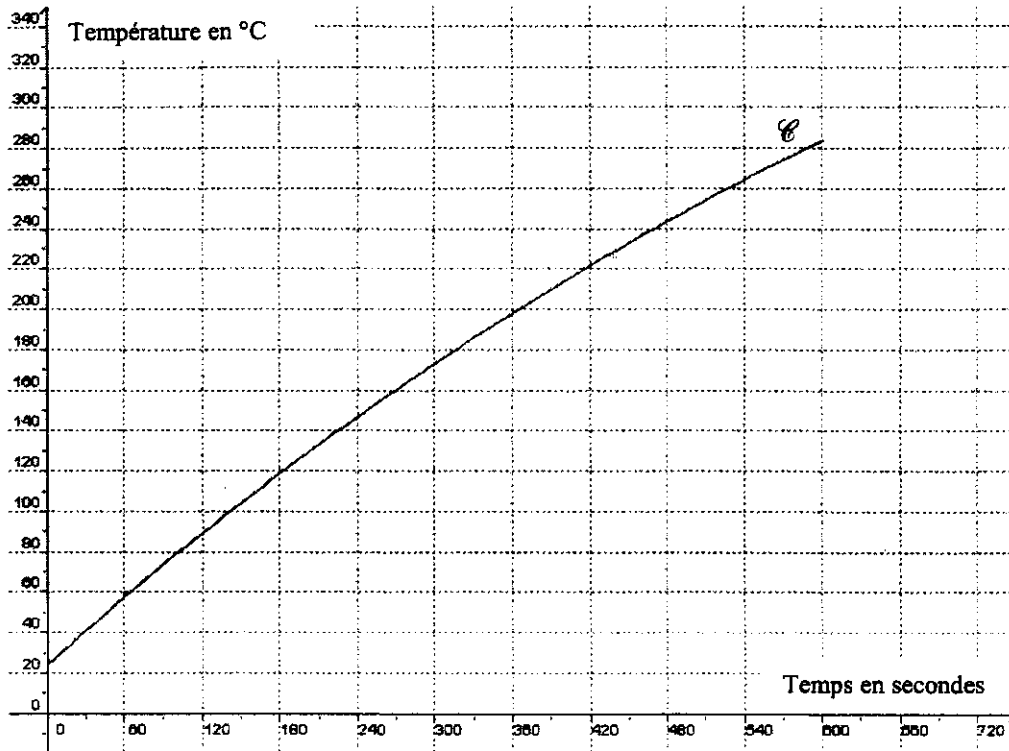
- a) la probabilité $P(A)$ de l'événement A.
- b) la probabilité $P(B)$ de l'événement B.
- c) la probabilité $P_A(G)$ que Marie gagne la partie sachant qu'elle a joué au niveau 1.
- d) la probabilité $P_B(G)$ que Marie gagne la partie sachant qu'elle a joué au niveau 2.

Pour les questions suivantes, on pourra utiliser un arbre de probabilité. Il conviendra alors de le représenter sur la copie.

2. Démontrer que la probabilité que Marie gagne est égale à 0,575.
3. Déterminer la probabilité que Marie ait joué au niveau 2 sachant qu'elle a gagné la partie.
On donnera le résultat arrondi au centième.

Exercice 2 (7 points)

1. La courbe ci-dessous illustre l'évolution de la température en degrés Celsius d'une plaque chauffante en fonction du temps écoulé en secondes.



Déterminer graphiquement une valeur approchée de :

- a) la température de la plaque au bout de cinq minutes ;
 - b) l'instant où la température de la plaque atteint 120 °C.
2. La fonction représentée à la question 1. est définie sur l'intervalle $[0, 600]$ par :

$$f(t) = 600 - 576e^{-0,001t}$$

- a) On note f' la dérivée de la fonction f .

Calculer $f'(t)$ lorsque t appartient à l'intervalle $[0, 600]$.

- b) Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0, 600]$.

- c) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous en arrondissant au dixième.

t	180	181	182	183	184	185
$f(t)$						

- d) En déduire l'instant, à la seconde près, où la température de la plaque atteint 120 °C.
- e) Résoudre l'équation $f(t) = 120$ sur l'intervalle $[0, 600]$ et vérifier que la valeur exacte de la solution est $1000 \ln(1,2)$.

Exercice 3 (8 points)

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Entrée : n est un entier naturel non nul
Initialisation : Donner à A et B la valeur 1 et à K la valeur 0
Traitement : Tant que $K < n$, répéter la procédure suivante

| donner à A la valeur $4A$
| donner à B la valeur $B + 4$
| donner à K la valeur $K + 1$

Sortie : Afficher A et B

- Justifier que, pour $n = 2$, l'affichage obtenu est 16 pour A et 9 pour B.
- Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant :

Valeur de n	1	2	3	4
Affichage pour A		16		
Affichage pour B		9		

- Pour un entier naturel non nul quelconque n , l'algorithme affiche en sortie les valeurs des termes de rang n d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique.
Donner le premier terme et la raison de chacune de ces suites.

Partie B

Voici quatre propositions :

- \mathcal{P}_1 : « Pour tout n entier naturel, $4^n > 4n + 1$ »
 \mathcal{P}_2 : « Pour tout n entier naturel, $4^n \leq 4n + 1$ »
 \mathcal{P}_3 : « Il existe au moins un entier naturel n tel que $4^n \leq 4n + 1$ »
 \mathcal{P}_4 : « Il existe un unique entier naturel n tel que $4^n \leq 4n + 1$ »

- Pour chacune d'elles, dire sans justification si elle est vraie ou fausse.
- L'une des trois dernières est la négation de la propriété \mathcal{P}_1 . Laquelle ?

Partie C

- Soit p un entier naturel non nul.
 - Développer et réduire $4(p+1)+1-4(4p+1)$.
 - En déduire l'inégalité $4(4p+1) > 4(p+1)+1$.
- Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Pour quelles valeurs de l'entier naturel n , a-t-on l'inégalité $4^n > 4n + 1$?