

**Session 2011**

**BACCALAURÉAT GÉNÉRAL**

**ÉPREUVE DE SPÉCIALITÉ DE MATHÉMATIQUES**

**Série L**

**Durée de l'épreuve : 3 heures**

**Coefficient : 3**

---

*L'usage d'une calculatrice est autorisé.*

---

**Le candidat doit traiter les quatre exercices.**

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Dès que le sujet vous est remis assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.*

*Ce sujet comporte trois annexes à rendre avec la copie.*

**Ce sujet comporte 8 pages numérotées 1/8 à 8/8.**

### **EXERCICE 1 : (5 points)**

Dans un des départements français, il a été établi que :

- Sur les 350 000 salariés : 80 % sont salariés du secteur privé et 20 % sont salariés du secteur public.
- Parmi les salariés du secteur privé, 5 % sont syndiqués.
- Parmi les salariés du secteur public, 15 % sont syndiqués.

On choisit une personne au hasard parmi les 350 000 salariés.

On note  $A$  l'événement « la personne est salariée du secteur privé »,  $B$  l'événement « la personne est salariée du secteur public », et  $S$  l'événement « la personne est syndiquée ».

On note  $\bar{S}$  l'événement contraire de  $S$ .

- 1) Compléter l'arbre pondéré figurant sur l'annexe 1 (à rendre avec la copie).
- 2) a) Montrer que la probabilité  $P(B \cap S)$ , de l'événement  $B \cap S$  est égale à 0,03.  
b) Déterminer la probabilité  $P(S)$ .
- 3) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Un journal local annonce que dans ce département « moins d'un syndiqué sur deux est salarié du public ».

Commenter cette affirmation.

## **EXERCICE 2 : (6 points)**

La capacité pulmonaire d'une personne est la quantité d'air (mesurée en litres) pouvant être inspirée. Dans le cas d'une inspiration forcée, à partir de 10 ans, la capacité pulmonaire (en litres) d'une personne peut être modélisée en fonction de son âge  $x$  (en années) par la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}.$$

1) On donne en annexe 2 la courbe ( $\mathcal{C}$ ) représentative de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[10; 100]$  dans un repère orthogonal.

En utilisant la courbe ( $\mathcal{C}$ ) :

a) Estimer graphiquement à quel âge la capacité pulmonaire est maximale puis donner cette capacité ?

b) Estimer graphiquement l'âge à partir duquel un adulte a une capacité pulmonaire inférieure à celle d'un enfant de 10 ans ?

2) a) On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[10; 100]$ .

Vérifier que pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[10; 100]$   $f'(x) = 110 \frac{3 - \ln x}{x^2}$ .

b) Montrer que si  $x \in [10; e^3]$  alors  $3 - \ln x \geq 0$ .

c) Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[10; 100]$ .

d) Déterminer la valeur exacte du maximum de  $f$  puis la valeur arrondie à  $10^{-2}$  près.

**EXERCICE 3 : (5 points)**

$n$  désigne un nombre entier naturel.

1) On considère la suite arithmétique  $(a_n)$  de premier terme  $a_0 = -1$  et de raison  $\frac{5}{11}$ .

a) Calculer  $a_1$  sous forme de fraction irréductible.

b) Exprimer  $a_n$  en fonction du nombre entier naturel  $n$ .

c) Calculer puis donner l'écriture décimale périodique de  $a_{25}$ .

2) On considère la suite  $(b_n)$  définie par  $b_0 = 0,36$  et pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $b_{n+1} = 0,01 b_n$ .

Pour tout entier naturel  $n$  on pose  $S_n = b_0 + b_1 + \dots + b_n$ .

a) Quelle est la nature de la suite  $(b_n)$  ?

b) Justifier que  $S_2 = 0,363636$ .

c) Montrer que pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $S_n = \frac{4}{11} (1 - (0,01)^{n+1})$ .

d) En déduire la limite  $S$  de la suite  $(S_n)$  lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ .

e) Le nombre  $10 + S$  est-il un terme de la suite  $(a_n)$  ? Justifier.

#### **EXERCICE 4 (4 points)**

$ABCD$  est un quadrilatère du plan horizontal dont les diagonales se coupent en  $P$ .

$G$  désigne le milieu du segment  $[CD]$ .

Sur la figure donnée en annexe (à rendre avec la copie) le quadrilatère  $ABCD$  est représenté en perspective centrale par le quadrilatère  $abcd$ .

- Les points  $a, b, c, d, g$  et  $p$  représentent respectivement les points  $A, B, C, D, G$  et  $P$ .
- La droite  $d_h$  représente la ligne d'horizon. Les droites  $(ab)$  et  $(cd)$  coupent la ligne d'horizon au point  $f_2$  et les droites  $(ad)$  et  $(bc)$  coupent la ligne d'horizon en  $f_1$ .

On laissera apparents les traits de construction.

1)a) Que peut-on dire des droites  $(AB)$  et  $(CD)$  ? Justifier votre réponse.

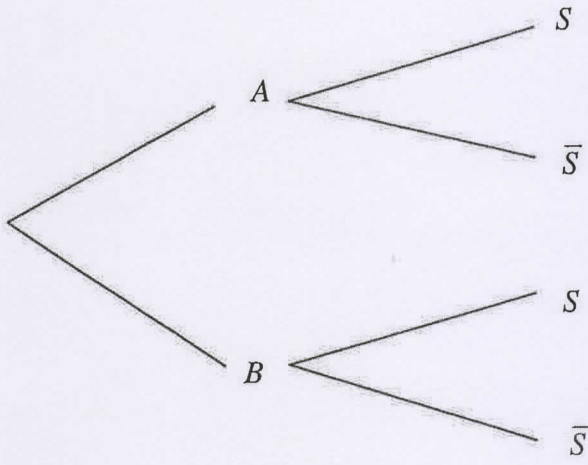
b) Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?

2) Justifier que le point  $g$  sur l'annexe 3 (à rendre avec la copie) représente le milieu  $G$  du segment  $[CD]$ .

3) On considère les points  $K$  et  $L$  tels que  $ABKL$  soit un parallélogramme de centre  $G$ . Construire les points  $k$  et  $l$  qui représentent respectivement les points  $K$  et  $L$ .



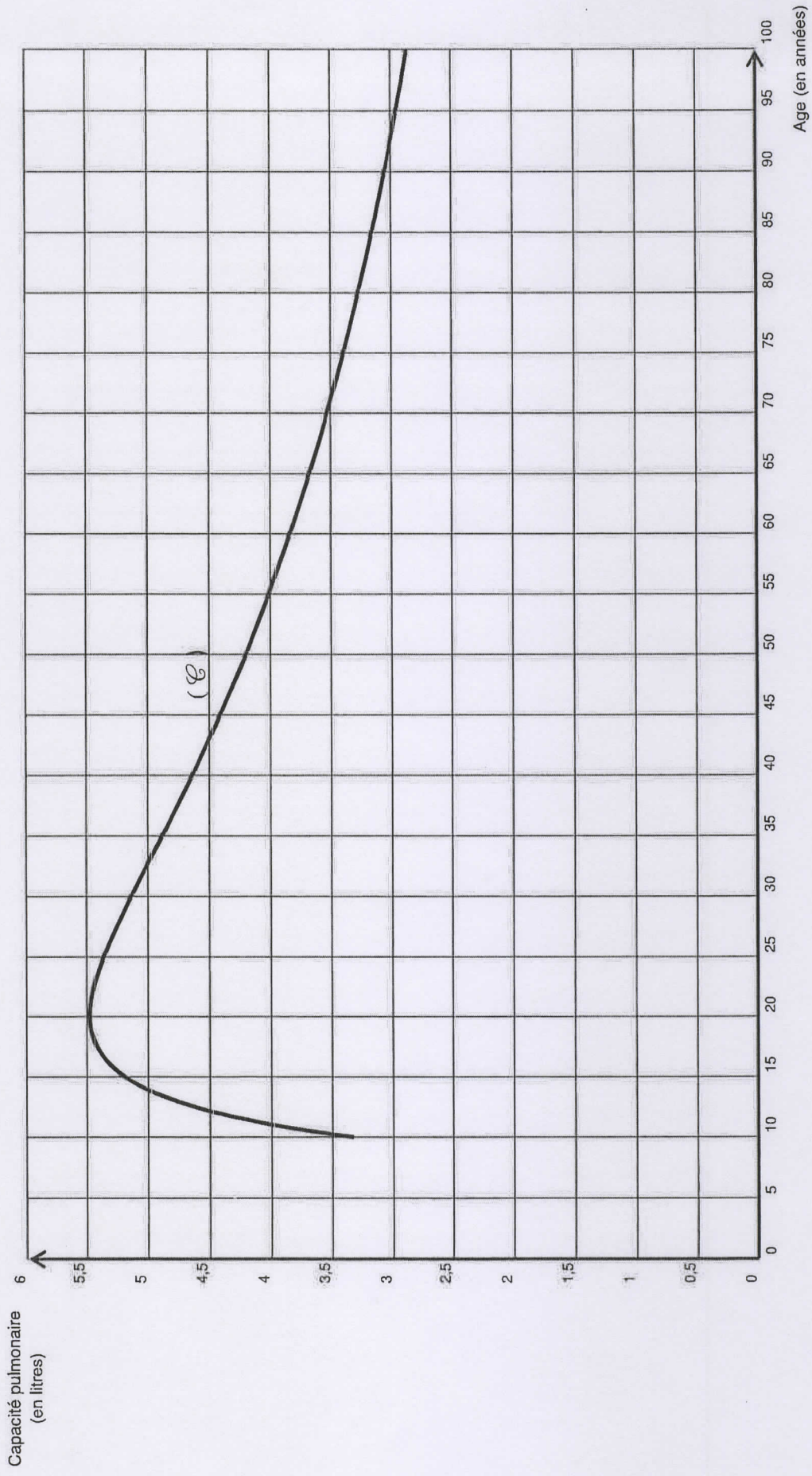
**ANNEXE 1 (EXERCICE 1)**  
(à compléter et à rendre avec la copie)







ANNEXE 2 (Exercice 2)





**ANNEXE 3-(EXERCICE 4)**

(à rendre avec la copie)

