BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2005

MATHÉMATIQUES

- série L –

ENSEIGNEMENT de SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 3

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Le candidat doit traiter les trois exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (7 points)

Partie A

La production d'une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (u_n) telle que, pour tout entier naturel non nul n, u_n désigne le nombre d'appareils produits l'année n.
La 1re année, la production est de 7 500 appareils ; on a donc $u_1 = 7\,500$.
La 6e année, la production est de 12 000 appareils ; on a donc $u_6 = 12\,000$.

1. Montrer que la raison de la suite (u_n) est 900.

2. Pour tout entier naturel non nul n, exprimer u_n en fonction de n.

3. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

Partie B

Une autre entreprise produit la 1re année 7 500 appareils.
On notera, pour tout entier naturel non nul n, v_n le nombre d'appareils produits l'année n.
On a donc $v_1 = 7\,500$.
La production annuelle de cette entreprise augmente de 10 % chaque année.

1. Calculer v_2 et v_3.

2. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison.

3. Pour tout entier naturel non nul n, exprimer v_n en fonction de n.

4. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

5. Combien d'appareils l'entreprise aura-t-elle produit en 13 ans ?

RAPPEL : pour $q \neq 1$, $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

EXERCICE 2 (7 points)

Pour engager du personnel, une entreprise organise des tests de sélection.
Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60 % d'hommes.
Une étude statistique montre que l'entreprise engage 70 % des hommes candidats et 80% des femmes candidates.

RAPPEL : La probabilité conditionnelle de A sachant B est $P_B(A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}$.

Partie A

À l'issue des tests, on interroge une personne au hasard parmi tous les candidats.
On note

- H l'événement « la personne est un homme » ;
- F l'événement « la personne est une femme » ;
- E l'événement « la personne est engagée » ;
- $\overline{E}$ l'événement complémentaire (ou contraire) de E.

1. **a)** Quelle est la probabilité $p(F)$ que la personne interrogée soit une femme ?

   b) Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne soit pas engagée, sachant que c'est une femme ?

2. Construire un arbre de probabilité illustrant cette situation.

3. Calculer la probabilité $p(\overline{E}\cap F)$ que la personne interrogée soit une femme et qu'elle ne soit pas engagée.

4. Montrer que $p(\overline{E})=0{,}26$.

Partie B

Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de valeurs approchées arrondies au millième.

À l'issue des tests on interroge 4 personnes au hasard. On considérera que ces 4 choix sont deux à deux indépendants.

1. Quelle est la probabilité qu'aucune des 4 personnes ne soit engagée ?

2. Quelle est la probabilité qu'au moins une des 4 personnes ne soit pas engagée ?

3. Quelle est la probabilité que 2 personnes exactement soient engagées ?

EXERCICE 3 (6 points)

1. Quel est le reste de la division euclidienne de 5 par 8 ?
   Quel est le reste de la division euclidienne de 5^2 par 8 ?

2. Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{86} par 8 ?
   Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{87} par 8 ?

3. Quel est le reste de la division euclidienne de 965^{87} par 8 ?

4. Soit n un entier naturel.
   Montrer que $5^{2n+1}+5^{2n}+2$ est un multiple de 8.

EXERCICE 1 (7 points)

Partie A

La production d'une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (u_n) telle que, pour tout entier naturel non nul n, u_n désigne le nombre d'appareils produits l'année n.
La 1re année, la production est de 7 500 appareils ; on a donc $u_1 = 7\,500$.
La 6e année, la production est de 12 000 appareils ; on a donc $u_6 = 12\,000$.

1. Montrer que la raison de la suite (u_n) est 900.

2. Pour tout entier naturel non nul n, exprimer u_n en fonction de n.

3. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

Partie B

Une autre entreprise produit la 1re année 7 500 appareils.
On notera, pour tout entier naturel non nul n, v_n le nombre d'appareils produits l'année n.
On a donc $v_1 = 7\,500$.
La production annuelle de cette entreprise augmente de 10 % chaque année.

1. Calculer v_2 et v_3.

2. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison.

3. Pour tout entier naturel non nul n, exprimer v_n en fonction de n.

4. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale ?

5. Combien d'appareils l'entreprise aura-t-elle produit en 13 ans ?

RAPPEL : pour $q \neq 1$, $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$.