BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2005

MATHÉMATIQUES

- série L –

ENSEIGNEMENT de SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 3

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Le candidat doit traiter les trois exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (5 points)

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte.

Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

N°	Questions	A	B	C
1	f est une fonction dérivable en -1 telle que $f(-1)=3$ et $f'(-1)=-2$. Une équation de la tangente à la courbe représentant f au point d'abscisse -1 est...	$y=2x+3$	$y=3x+1$	$y=-2x+1$
2	$\ln 54-2\ln 3$ est égal à ...	$\ln 9$	$\ln 3$	$\ln 6$
3	Dire que deux événements A et B sont indépendants signifie que ...	$P(A\cap B)=P(A)+P(B)$	$P(A\cap B)=0$	$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$
4	À une tombola, 100 billets sont mis en vente parmi lesquels un billet sur deux est gagnant. Xavier achète 2 billets. La probabilité qu'il achète au moins 1 billet gagnant est ...	$\frac{1}{50}$	$\frac{149}{198}$	$\frac{4949}{4950}$
5	A et B sont deux événements tels que $P(A)\neq 0$. Alors $P(A\cap B)$ est égal à ...	$P_A(B)\times P(A)$	$P_A(B)\times P(B)$	$P_B(A)\times P(A)$

EXERCICE 2 (7 points)

Pierre et Jean collectionnent des cartes postales.
À ce jour Pierre en possède 5 000 et Jean 3 000.
Pierre a remarqué que sa collection augmentait de 500 chaque année, et Jean pense qu'il peut voir sa collection augmenter de 15 % annuellement.
Dans toute la suite de l'exercice, on désigne par n un entier naturel non nul.

1. On note a_n le nombre de cartes postales que possèdera Pierre dans n années.

a) Justifier que la suite (a_n) est une suite arithmétique de premier terme $a_0=5\,000$ et de raison 500.

b) Exprimer a_n en fonction de n.

c) Représenter graphiquement cette suite pour $0\leq n\leq 10$.
On prendra un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$ dans lequel 1 cm représente une année sur l'axe (Ox) et 1 cm représente 1 000 cartes postales sur l'axe (Oy).

2. On note b_n le nombre de cartes postales que possèdera Jean dans n années.

a) Démontrer que la suite (b_n) est une suite géométrique de premier terme $b_0=3\,000$ et préciser sa raison.

b) Exprimer b_n en fonction de n.

c) Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 10$ sur le graphique précédent.

3. À partir de quelle année, la collection de Jean est-elle plus importante que celle de Pierre ?

<u>EXERCICE 3</u> (8 points)

Construction du nombre d'or.

1. On appelle *nombre d'or* le réel noté $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Démontrer que ce nombre vérifie la relation $(I) : \phi^2 = \phi + 1$.

2. On appelle rectangle d'or, un rectangle dont le quotient de la longueur par la largeur est égal au nombre ϕ.
On donne quatre points A, B, C et D tels que le rectangle $ABCD$ soit un rectangle d'or. (voir figure ci-dessous).
On appelle respectivement E et F les point des segments $[BC]$ et $[AD]$ tels que le quadrilatère $ABEF$ soit un carré.
On pose $AB = \ell$

a) Exprimer la longueur AD en fonction de ℓ et de ϕ.

b) Montrer que $\dfrac{EF}{FD} = \dfrac{1}{\phi - 1}$.

c) En utilisant la relation (I), montrer que $\phi\,(\phi - 1) = 1$, puis que $\dfrac{1}{\phi - 1} = \phi$.

d) Que peut-on en déduire pour le rectangle grisé $FDCE$?

3. Soit K le milieu de $[BE]$.

a) Exprimer KF en fonction de ℓ.

b) Montrer que $KC = \left(\phi - \dfrac{1}{2}\right) \times \ell$.

c) En déduire que $KF = KC$.

d) En déduire une construction géométrique d'un segment dont la longueur est le nombre d'or ϕ (faire une figure et expliquer les étapes de la construction).