BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2005

Épreuve : **MATHÉMATIQUES**	Série : **Sciences Médico-Sociales (SMS)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient **: 2**

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

L'épreuve comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

SUJET SORTI

EXERCICE 8 points

Suite à la canicule d'août 2003, le Ministre de la Santé, des Affaires Sociales et des Personnes Handicapées a demandé à l'INSERM de déterminer de façon précise l'ampleur et les causes principales de l'augmentation de la mortalité sur cette période.
Le tableau suivant, extrait du rapport de l'INSERM, précise la répartition des décès par âge et par sexe pendant la période du 1er au 20 août 2003 dans toute la France métropolitaine.

	Femmes	**Hommes**	**Total**
Moins de 44 ans	**538**	**1 310**	**1 848**
Entre 45 et 74 ans	**3 896**	**7 345**	**11 241**
Plus de 75 ans	**18 018**	**10 514**	**28 532**
Total	**22 452**	**19 169**	**41 621**

1. Sachant que le nombre de décès pour la même période de l'année 2002 était de 12 946 pour les femmes et de 13 877 pour les hommes, déterminer le pourcentage d'augmentation du nombre de décès pour les femmes puis pour les hommes (*arrondir le résultat à l'entier le plus proche*).

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2. On choisit au hasard une personne décédée pendant la période du 1er au 20 août 2003. On considère les événements suivants :
   - A : « La personne est une femme » ;
   - B : « La personne a plus de 75 ans ».

   a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.
   b) Définir par une phrase l'événement $\overline{B}$ puis calculer sa probabilité.
   c) Définir par une phrase l'événement $A \cap \overline{B}$ puis calculer sa probabilité.
   d) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup \overline{B}$.

3. On choisit au hasard une personne décédée pendant la période du 1er au 20 août 2003 et âgée de plus de 75 ans. Calculer la probabilité pour que cette personne soit un homme.

PROBLEME 12 points

Partie A : Etude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0, 10] par: $f(t) = -0,43t + 1 + 2,15\ln(t+1)$

1) Montrer que la dérivée f' de la fonction f est définie par l'égalité suivante :

$$f'(t) = \frac{-0,43t + 1,72}{t+1}$$

2) a) Calculer les valeurs exactes de $f(0)$ et $f(4)$.
   b) Etudier le signe de $f'(t)$.
   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [0, 10].
3) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant (on arrondira à 10^{-2} près) :

t	0	1	2	3	4	6	8	10
$f(t)$		2,06				2,6		1,86

4) Construire la courbe C représentative de la fonction f dans un plan muni d'un repère orthogonal d'unités graphiques :
   1 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
   5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B : Contrôle du taux de lactate dans le sang

Lors d'un exercice physique d'une durée de 10 min, on a mesuré la concentration (en $mmol.L^{-1}$) de lactate sanguin d'un patient. On suppose que cette concentration au temps t (exprimé en minutes) est $f(t)$ où f est la fonction étudiée à la partie A.

1) a) A quel moment la concentration de lactate est-elle maximum? Justifier.
   b) Quelle est alors cette concentration?

Les questions suivantes seront traitées graphiquement et l'on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique.

2) Quel est le taux de lactate au bout de 5 min ?
3) Au bout d'une minute, le taux de lactate est très voisin de 2. Au bout de combien de temps le taux de lactate atteint –il à nouveau cette valeur ?
4) Dans quel intervalle de temps le taux de lactate est-il supérieur à 2,5 ?

N° 8

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp x = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$\ln a^x = x \ln a$

N° 8-

SMS 1

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

SMS