SUJET SORTI

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2008

Épreuve : MATHÉMATIQUES	Série : **Sciences Médico-Sociales (SMS)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient : **2**

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.

Ce sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le candidat s'assurera que le sujet est complet.

L'utilisation d'un dictionnaire est interdite.

EXERCICE (8 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

Cette partie est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question une seule des propositions est exacte, aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte retire 0,5 point et l'absence de réponse n'ajoute ni ne retire aucun point.
Si le total des points obtenus dans cette partie est négatif, la note est ramenée à 0.

On inscrira sur la copie le numéro et la lettre de la réponse choisie.

1. Un article coûte 25 €, une remise de 45 % est effectuée. Son nouveau prix est obtenu en effectuant :

a) $25\times 0{,}55$ b) $25\times\frac{45}{100}$ c) $25\times 1{,}45$

2. Le prix d'un article augmente de 16 % puis baisse de 16 %. Après ces deux évolutions successives :

a) il a augmenté b) il est revenu au prix de départ c) il a baissé

Pour les questions **3.** *et* **4.** *on considère deux événements* A *et* B *d'un univers* Ω.
On note $\overline{\mathrm{A}}$ *l'événement contraire de l'événement* A.
On donne : $p(\mathrm{A})=0{,}32$; $p(\mathrm{B})=0{,}24$; $p(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0{,}13$.

3. La probabilité de l'événement $\mathrm{A}\cup\mathrm{B}$ est :

a) $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=0{,}56$ b) $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=0{,}43$ c) $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=0{,}69$

4. La probabilité de l'événement $\overline{\mathrm{A}}$ est :

a) $p(\overline{\mathrm{A}})=0{,}68$ b) $p(\overline{\mathrm{A}})=1{,}24$ c) $p(\overline{\mathrm{A}})=0{,}24$

Partie B :

Dans une classe de Terminale sciences médico-sociales de 30 élèves, on sait que :

- 80% des élèves sont des filles,
- 25 élèves désirent devenir infirmiers ou infirmières,
- 3 filles veulent devenir secrétaires médicales, aucun garçon ne le veut,
- tous les garçons de la classe veulent devenir infirmiers, excepté l'un d'entre eux.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Sexe / Métier projeté	Garçon	Fille	Total
Infirmier(e)			
Secrétaire médicale			
Autre			
Total			

2. On interroge au hasard un élève de cette classe. On considère les événements :

A : « l'élève interrogé veut devenir infirmier ou infirmière »,
B : « l'élève interrogée est une fille ».

a) Calculer la probabilité de l'événement A et celle de l'événement B.
b) Définir par une phrase l'événement $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$ puis calculer sa probabilité.
c) Calculer $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$.

3. On interroge au hasard une fille de cette classe. On considère l'événement :

C : « la fille interrogée veut devenir secrétaire médicale ».

Calculer la probabilité de l'événement C.

PROBLÈME (12 points)

Dans un laboratoire on injecte dans le sang d'un patient une certaine substance. On en mesure la concentration, en gramme par litre ($g.L^{-1}$), en fonction du temps x exprimé en heures. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Temps écoulé : x_i (en h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Concentration : y_i (en $g.L^{-1}$)	3,8	4,5	4,2	3,6	3,1	3	2,9	2,9	2,8

Partie A : Ajustement affine

1. Construire, sur la feuille de papier millimétré fournie, le nuage de points représentant cette série.
On prendra comme unités graphiques :
- 2 cm pour une heure sur l'axe des abscisses
- 5 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées, en commençant la graduation à 2.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage (on arrondira les résultats à 10^{-1} près). Placer le point G sur le graphique.

3. On considère la droite $\mathscr{D}$ passant par le point G et dont le coefficient directeur vaut –0,2.

a) Donner une équation cartésienne de la droite $\mathscr{D}$. Tracer la droite $\mathscr{D}$ sur le graphique.

b) On suppose que la droite $\mathscr{D}$ réalise un ajustement affine du nuage de points. En utilisant la droite $\mathscr{D}$, donner une estimation de la concentration de cette substance au bout de 9 heures puis au bout de 10 heures (on arrondira les résultats à 10^{-1} près).

Partie B : Ajustement exponentiel

Étant donnée la forme du nuage, les biologistes de ce laboratoire en cherchent un autre ajustement. Ils considèrent la fonction f définie par $f(x) = 2,75 + 2x\mathrm{e}^{1-x}$ sur l'intervalle [0 ; 10], où x représente le temps écoulé en heures.

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$ puis vérifier que $f'(x) = (2-2x)\mathrm{e}^{1-x}$.

2. À l'aide d'un tableau, donner le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[0;10]$.

3. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

4. Si l'on utilisait la fonction f, quelle serait l'estimation de la concentration de cette substance au bout de 9 heures puis au bout de 10 heures ? (on arrondira les résultats à 10^{-1} près)

5. Afin de choisir le meilleur ajustement, les biologistes décident de construire la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle [0 ; 8].

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (on arrondira ces valeurs à 10^{-2} près).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$		4,75							

b) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le repère précédent, sur l'intervalle [0 ; 8].

6. Quel est l'ajustement qui paraît le mieux adapté ?

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$; $V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$

$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$

$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$ln\, 1 = 0$

$ln\, e = 1$

$ln\, ab = ln\, a + ln\, b$

$ln \frac{a}{b} = ln\, a - ln\, b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = exp\, x = e^x$ équivaut à $x = ln\, y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x\, ln\, a}$ $(a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$ln\, a^x = x\, ln\, a$

SMS 1

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
x^n, $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty, +\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty, +\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty, +\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

SMS2