L'usage des calculatrices est autorisé selon les termes de la circulaire N° 99-186 du 16 novembre 1999.

Un formulaire de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

2 feuilles de papier millimétré seront mises à la disposition des candidats.

oo0oo

Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE ET LE PROBLÈME

EXERCICE (8 points)

Avant de partir en vacances, une personne entreprend un régime afin de perdre du poids, en suivant les conseils d'un nutritionniste.
Elle se pèse régulièrement à la fin de chaque semaine de régime, le même jour, à la même heure.
Elle note l'évolution de son poids dans un tableau :

rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
poids y_i (en kg)	63	62,6	61,4	61	61,2	60,6	60,4	59,8

1°) Représenter le nuage de points de coordonnées (x_i, y_i) associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. Prendre pour unités graphiques :

- en abscisse 1,5 cm pour 1 semaine,
- en ordonnée 5 cm pour 1 kg.

Graduer l'axe des abscisses à partir de 0 ; l'axe des ordonnées à partir de 59.

2°) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique précédent.

3°) Soit (D) une droite d'équation $y = -0,42x + p$. Déterminer le nombre p sachant que (D) passe par G.

4°) On admet que la droite d'équation $y = -0,42x + 63,14$ constitue un bon ajustement affine du nuage de points pendant 10 semaines.

a) Construire cette droite sur le graphique.

b) La personne voudrait atteindre le poids de 59 kg. Si son régime dure 9 semaines, selon les conditions ci-dessus, aura-t-elle atteint son objectif ? (Justifier votre réponse à l'aide du graphique).

c) Retrouver le résultat de la question précédente en résolvant l'inéquation $-0,42x + 63,14 \leqslant 59$.

PROBLEME (12 points)

PARTIE A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[40\,;80]$ par :

$$f(x)=1+2\ln(0{,}04x).$$

1°) **a)** f' représentant la dérivée de la fonction f, vérifier que $f'(x)=\frac{2}{x}$.

b) Donner le signe de f' sur l'intervalle $[40\,;80]$.

c) Dresser le tableau des variations de f sur ce même intervalle. (Donner les valeurs exactes de $f(40)$ et $f(80)$ puis des valeurs approchées arrondies à 0,01 près)

2°) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les résultats à 0,01 près :

x	40	45	50	55	60	65	70	75	80
$f(x)$		2,18			2,75			3,2	

3°) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
en abscisse 2 cm pour 5 unités,
en ordonnée 10 cm pour 1 unité.

Graduer l'axe des abscisses à partir de 40 et l'axe des ordonnées à partir de 1.

PARTIE B

Une infirmière libérale parcourt chaque jour entre 40 et 80 kilomètres. Elle calcule le montant de ses frais de déplacement.

Soit g la fonction définie sur $[40\,;80]$ par $g(x)=20f(x)$ où f est la fonction étudiée précédemment. On admet que $g(x)$ représente alors le montant des frais de déplacement exprimé en euros en fonction du nombre x de kilomètres parcourus par jour.

1°) Déterminer le montant des frais de déplacement pour 40 kilomètres parcourus.

2°) **a)** Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$.
Faire apparaître les points de construction utiles.

b) En déduire à partir de combien de kilomètres ces frais de déplacement s'élèveront au moins à 60 €.

3°) Résoudre par le calcul l'inéquation $1+2\ln(0{,}04x)\geqslant 3$ et retrouver ainsi le résultat de la question précédente.

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$; $V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$

$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$

$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$1 + 2 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$ln\, 1 = 0$

$ln\, e = 1$

$ln\, ab = ln\, a + ln\, b$

$ln \frac{a}{b} = ln\, a - ln\, b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = exp\, x = e^x$ équivaut à $x = ln\, y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x\, ln\, a}$ $(a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$ln\, a^x = x\, ln\, a$

SMS 1

B. LIMITES USUELLES DE FONCTIONS

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier natu

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier

urel non nul

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. DÉRIVÉES ET PRIMITIVES (Les formules ci-dessous peuvent se

à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de v
k	0	]−
x	1	
x^n , $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	
$\frac{1}{x}$		
$\frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$		

		ité
		$]0,+\infty[$
		$]-\infty,+\infty[$
		$]-\infty,+\infty[$
	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1} u'$

D. ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

SMS2