BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2006

Épreuve : **MATHÉMATIQUES**	Série : **Sciences Médico-Sociales (SMS)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient **: 2**

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

L'épreuve comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

EXERCICE

Le tableau suivant, extrait du dernier recensement de l'INSEE, présente des données concernant le département du Nord et ses 6 arrondissements. Il porte sur le nombre de naissances observées dans ce département, et parmi elles, précise le nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement, et le nombre de mères n'ayant pas subi la totalité des 7 consultations prénatales normalement prévues.

	Nom de la Zone	Nombre de naissances	Nombre de nouveaux-nés bénéficiant d'un allaitement	Nombre de naissances dont la mère a bénéficié de moins de 7 consultations prénatales
ARRONDISSEMENT	AVESNES-SUR-HELPE	3 210	1 226	371
	CAMBRAI	2 194	864	379
	DOUAI	3 395	1 379	364
	DUNKERQUE	5 026	1 921	488
	LILLE	17 967	9 818	2 092
	VALENCIENNES	4 881	2 163	608
DEPARTEMENT DU NORD	**TOTAL**	**36 673**	**17 371**	**4 302**

1. a) On sait par ailleurs que 7,29 % des nouveaux-nés de Cambrai étaient de « petit poids », c'est-à-dire avaient un poids de naissance inférieur à 2500 grammes. Déterminer le nombre de ces nouveaux-nés de « petit poids » en arrondissant à l'unité.

b) Les nouveaux-nés de « petit poids » de Cambrai représentent 6,14 % de tous les nouveaux-nés de « petit poids » du département du Nord. Calculer le nombre des nouveaux-nés du Nord qui sont de « petit poids » (*on arrondira à 1 près*).

Dans les questions suivantes, les résultats seront donnés sous forme décimale arrondie à 0,001 près.

2. On choisit au hasard un nouveau-né dans le département du Nord. On considère les événements suivants :

- A : « le nouveau-né bénéficie d'un allaitement » ;
- D : « le nouveau-né est né dans l'arrondissement de Dunkerque ».

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et D.
b) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$ et calculer sa probabilité.
c) Définir par une phrase l'événement $\overline{A} \cap D$ et calculer sa probabilité.
d) Calculer la probabilité de l'événement $\overline{A} \cup D$.

3. On choisit maintenant au hasard un nouveau-né du département du Nord dont la mère n'a pas bénéficié des 7 consultations prénatales. Quelle est la probabilité qu'il soit né à Lille ?

PROBLEME

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 5] par $f(t)=30e^{-0,4t}$

1. a) Calculer $f'(t)$.

b) Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 5].

c) En déduire le tableau de variations de f (dans ce tableau n'apparaîtront que des valeurs exactes).

2. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 0,1 près :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4	5
$f(t)$			20,1		13,5		9		

3. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

- 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses.
- 0,5 cm pour 1 unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On dissout 30 kg de sucre dans de l'eau. A chaque instant t, exprimé en heures, on note $y(t)$ la quantité, exprimée en kg, de sucre non encore dissous. On admet que la fonction y est solution de l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

1. a) Résoudre l'équation différentielle $y' = -0,4y$.

b) Trouver la solution telle que $y(0) = 30$ puis vérifier que cette solution est la fonction f de la partie A.

2. Utiliser la partie A pour déterminer graphiquement, en faisant apparaître les traits de construction utiles :

a) Au bout de combien de temps on aura 50% de la quantité de sucre dissoute.

b) Le temps pendant lequel la quantité de sucre dissous représente moins de 40% de la quantité initiale.

3. Retrouver le résultat de la question 2°a en résolvant une équation. On donnera la valeur exacte de la solution puis une valeur approchée à 0,1 près.

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = \exp x = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$\ln a^x = x \ln a$

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
x^n, $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty, +\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty, +\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty, +\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

SMS2