

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité

Partie I : Restitution organisée de connaissances.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Prérequis :

On rappelle que l'écriture complexe d'une similitude directe du plan est de la forme $z' = \alpha z + \beta$, où α est un nombre complexe non nul et β est un nombre complexe.

Soient A, B, C, D quatre points du plan ; on suppose d'une part que les points A et C sont distincts et d'autre part que les points B et D sont distincts.

Démontrer qu'il existe une unique similitude directe s telle que $s(A)=B$ et $s(C)=D$.

Partie II :

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

On considère le point C tel que $ABCD$ est un carré.

Soit E le milieu du segment $[AD]$, on considère le carré $EDGF$ tel que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$.

- 1) a) Faire une figure en plaçant les points A, B, C, D, E, F, G . On complètera la figure au cours de l'exercice.
 - b) Préciser les nombres complexes a, b, c, d, e, f, g , affixes respectives des points A, B, C, D, E, F et G .
 - c) Montrer qu'il existe une unique similitude directe s du plan telle que $s(D)=F$ et $s(B)=D$.
- 2) On se propose de préciser les éléments caractéristiques de la similitude directe s .
- a) Déterminer le rapport k et l'angle θ de la similitude directe s .
 - b) Donner l'écriture complexe de cette similitude.
 - c) Déterminer, le centre Ω de la similitude directe s .