SESSION 2010

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies de la Gestion

Communication et Gestion des Ressources Humaines

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 2 heures Coefficient : 2

Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

L'annexe 1 (page 5/6) et l'annexe 2 (page 6/6) sont à rendre avec la copie.

Le candidat doit traiter les trois exercices.

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6.

EXERCICE 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Au rayon « multimédia » d'un magasin, un écran plat et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un client étant choisi au hasard, on désigne par :
- A l'événement « le client achète l'écran plat en promotion ».
- B l'événement « le client acquiert le lecteur DVD en promotion ».

On estime que $p(\mathrm{A})=\frac{1}{3}$, $p(\overline{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})=\frac{1}{9}$ et que la probabilité de l'événement « le client achète les deux objets en promotion » est $\frac{1}{18}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider d'un arbre de probabilités ou d'un tableau.

1. $p(\overline{\mathrm{A}})$ est égale à

- $\frac{17}{18}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{2}{3}$

2. $p(\mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{5}{18}$
- $\frac{13}{18}$

3. $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{18}$
- $\frac{1}{6}$

4. $p(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$ est égale à

- $\frac{1}{2}$
- $\frac{4}{9}$
- $\frac{1}{18}$

EXERCICE 2 (8 points)

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

A) Étude du prix de revient unitaire moyen :

1. Le prix de revient d'un produit dépend de la quantité produite. Pour x kg de produit fabriqué, le prix de revient moyen d'un kg de ce produit, exprimé en euros, est modélisé par la fonction U dont l'expression est $U(x)=\frac{1}{3}x^2-11x+100+\frac{72}{x}$, où x appartient à l'intervalle [5 ; 30].

   Quel est le prix de revient moyen d'un kg de produit lorsqu'on en fabrique 5 kg par semaine ?
   On arrondira le résultat à 10^{-1} près.

2. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs donné en ***annexe 1***.
   On arrondira les résultats à 10^{-1} près.

B) Étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est $C(x)=\frac{1}{3}x^3-11x^2+100x+72$, où x appartient à l'intervalle [5 ; 30].
La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle [5 ; 30] est donnée en ***annexe 2***.

1. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 €.
   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

2. **a.** Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg.
   Donner, en fonction de x, l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette.
   b. Représenter graphiquement, sur la feuille ***annexe 2***, la fonction R sur l'intervalle [5 ; 30].
   c. Le laboratoire souhaite connaitre l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle ?
   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

C) Étude algébrique du bénéfice :

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction B dont l'expression est $B(x)=-\frac{1}{3}x^3+11x^2-40x-72$, où x appartient à l'intervalle [5 ; 30].

1. Conjecturer les variations de B à l'aide de la calculatrice.
2. Montrer que $B'(x)=-(x-2)(x-20)$.
3. En déduire les variations de B sur l'intervalle [5 ; 30].
4. ***Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

   a. On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.

   b. Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le **bénéfice minimum** envisageable ?

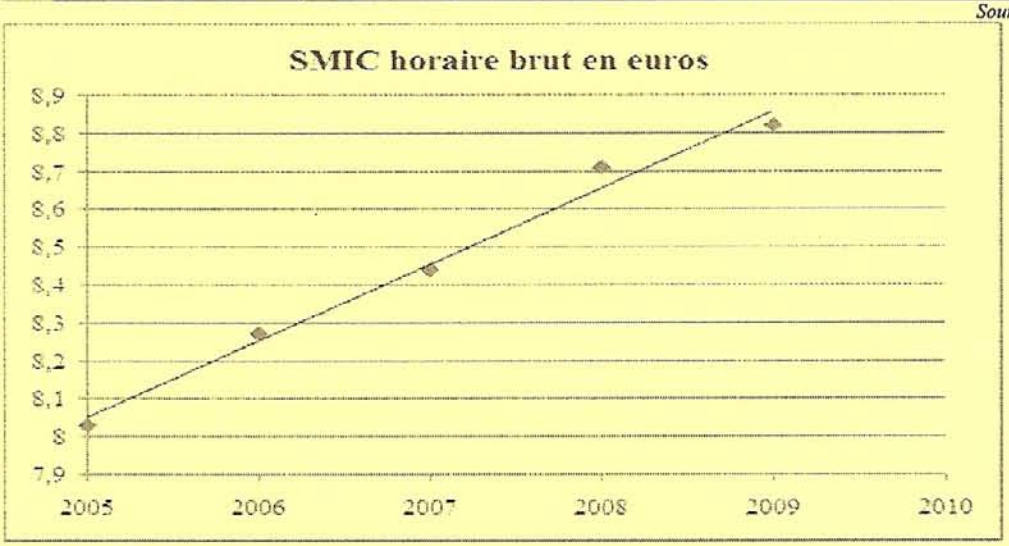
EXERCICE 3 (8 points)

Dans cet exercice on s'intéresse à l'évolution du SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) sur 5 ans. On utilisera les informations fournies par :

- le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, dans lequel la base 100 des indices de salaires correspond à l'année 2005 (*les indices sont arrondis à* 10^{-1} *près et les valeurs successives du SMIC horaire brut sont arrondies au centime d'euro près*),
- le graphique ci-dessous composé d'un nuage de points et d'une droite qui en réalise un ajustement affine.

	A	B	C	D	E	F
1	Année (x_i)	2005	2006	2007	2008	2009
2	SMIC horaire brut en euros (y_i)	8,03	8,27	8,44	8,71	8,82
3	Indice	100	103,0	105,1	108,5	109,8

Source INSEE



A) Taux d'évolution et indices :

1. Quelle formule a-t-on introduite en C3, puis recopiée vers la droite, pour obtenir les indices de salaire de 2006 à 2009 ?
2. Déterminer le taux d'évolution global du SMIC, arrondi à 10^{-1} près, entre 2005 et 2009.
3. Calculer le taux d'évolution moyen, arrondi à 10^{-1} près, entre 2005 et 2009.

B) 1er modèle d'évolution : la droite de régression par la méthode des moindres carrés

1. Ci-dessus, on a représenté le nuage de points correspondant à l'évolution des salaires et sa droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. A l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de cette droite. *On arrondira les coefficients à* 10^{-2} *près.*
2. ***Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***
   On admet que l'ajustement affine réalisé par la droite représentée dans le graphique ci-dessus reste valable jusqu'en 2010. Proposer alors une estimation du SMIC en 2010.

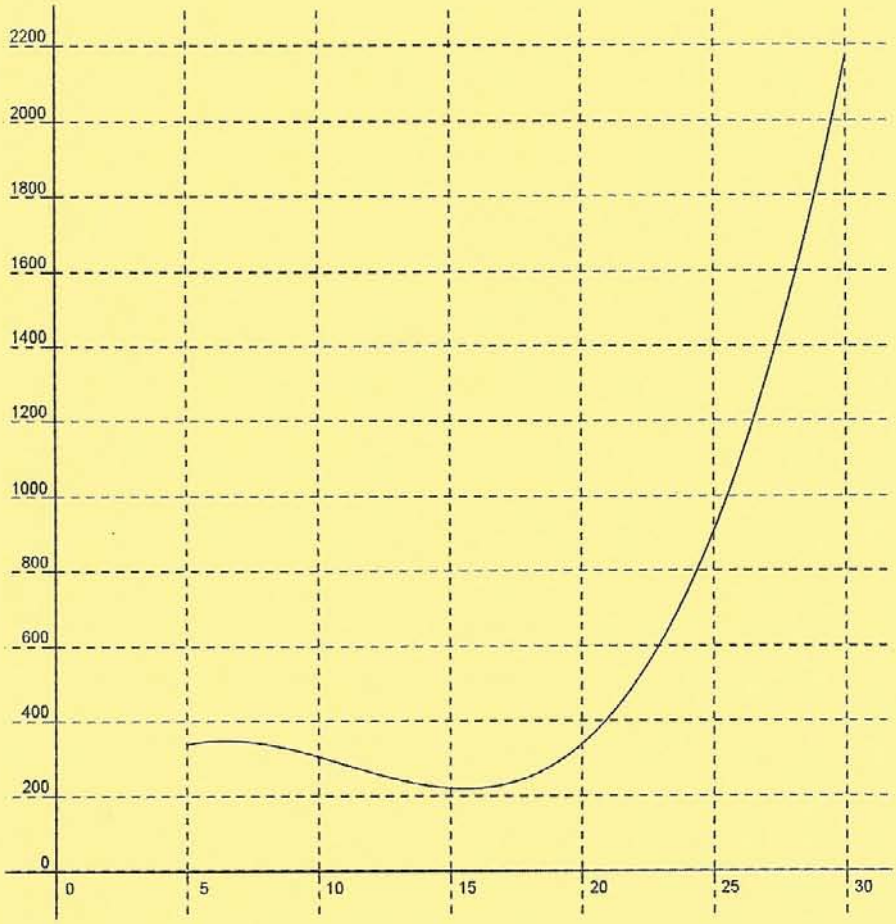
C) 2e modèle d'évolution : utilisation d'une suite

Soit (u_n) la suite géométrique définie par son premier terme $u_0 = 8{,}03$ et sa raison 1,024.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. **a.** Calculer u_5. *On arrondira le résultat à* 10^{-2} *près.*

   b. Comment peut-on interpréter u_5 ?

Annexe 1 à rendre avec la copie

x	5	10	15	16,5	17	18,5	20	25	30
$U(x)$									

Annexe 2 à rendre avec la copie