

SESSION 2009

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies de la Gestion

Communication et Gestion des Ressources Humaines

**MATHÉMATIQUES**

*Dès que le sujet lui est remis, le candidat doit s'assurer qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

*L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve .*

*On utilisera une feuille de papier millimétré*

*Le candidat doit traiter les trois exercices .*

Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Ce sujet comporte 5 pages (celle-ci y compris )

### Exercice 1 : (sur 4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte. Aucune justification n'est demandée.**

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. **Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.**

**Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et la réponse choisie.**

1. Dans une usine, la production d'un produit a augmenté de 250 %. Elle a donc été multipliée par :  
a) 2,5                      b) 3,5                      c) 250
2. Le prix d'un article a augmenté de 12 % en 3 ans. Le taux d'évolution annuel moyen, en pourcentage, arrondi à 0,1 % près est alors de :  
a) 3,8 %                      b) 5,8 %                      c) 4 %
3. En appliquant une réduction de 5%, un article coûte 1 140 €, son prix avant réduction était de :  
a) 1200 €                      b) 1 197 €                      c) 1 140,5 €
4. Le nombre de membres d'une association est passé de 1150 en 2006 à 1221 en 2007 puis à 1503 en 2008. En prenant pour indice de référence 100 en 2006, l'indice, arrondi au centième pour l'année 2008 est :  
a) 123,10                      b) 1,31                      c) 130,70

### Exercice 2 (sur 8 points)

Une entreprise fabriquant des montures de lunettes veut créer un nouveau modèle. Pour choisir les matériaux à utiliser, elle mène une enquête auprès de porteurs de lunettes, en proposant dix prix différents. Les résultats sont reportés dans le tableau suivant :

Prix de vente proposé pour la monture (en €) : $x_i$	240	320	400	480	560	640	720	800
Nombre de personnes disposées à acheter à ce prix : $y_i$	402	390	340	230	210	130	70	60

1. Représenter graphiquement le nuage de points  $(x_i ; y_i)$  dans un repère, sur du papier millimétré. On prendra pour unités : 1 cm pour 50 € sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 personnes sur l'axe des ordonnées.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
3. On donne le point A de coordonnées (260 ; 409). Placer les points A et G sur le graphique, puis tracer la droite (AG).

4. On admet que la droite (AG) constitue un ajustement convenable du nuage de points précédent. Vérifier que la droite (AG) a pour équation :  $y = -\frac{9}{13}x + 589$ .

**Pour la suite, on utilisera :  $y = -0,7x + 589$ , le coefficient de  $x$  étant arrondi au dixième.**

5. En utilisant l'ajustement précédent, calculer une estimation du nombre de montures vendues en proposant un prix de vente de 500 euros.

6. *Dans cette question 6, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Les frais de fabrication sont de 150 € par monture et les frais fixes (indépendants du nombre de montures vendues) sont de 10 000 €.

Pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[240 ; 800]$ , on note  $B(x)$  le bénéfice dégagé par la vente de  $y$  montures au prix unitaire de  $x$  euros.

a) Montrer que  $B(x) = -0,7x^2 + 694x - 98350$

b) Pour  $x$  appartenant à  $[240 ; 800]$ , on considère la fonction  $B$  qui à  $x$  associe  $B(x)$ . Déterminer la fonction dérivée  $B'$  de  $B$  sur  $[240 ; 800]$ .

c) En déduire les variations de la fonction  $B$ , pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[240 ; 800]$ , puis le prix de vente de la monture (arrondi au centime) pour lequel le bénéfice  $B(x)$  est maximal.

### Exercice 3 : (sur 8 points)

*Formulaire :*

- Pour une suite arithmétique de premier terme  $u_0$  et de raison  $a$  :

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n + 1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$$

- Pour une suite géométrique de premier terme  $u_0$  et de raison  $b$  :

$$\text{Si } b \neq 1, u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

Monsieur ELIOT a le projet de souscrire un contrat d'entretien pour sa chaudière à partir de janvier 2009. Il contacte l'entreprise CHAUFECO et l'entreprise CHAUFMAX. Chacune d'entre elles propose une évolution différente des versements pour un contrat offrant les mêmes prestations.

1. Pour l'entreprise CHAUFECO, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation du versement de 3,25 € par an jusqu'à la fin du contrat. Pour se rendre compte de l'évolution des versements annuels, Monsieur ELIOT utilise un tableur dont on a extrait la feuille de calcul suivante (les résultats sont arrondis au centime d'euro).

	A	B	C
1	Année	Entreprise CHAUFECO Versements annuels	Entreprise CHAUFECO Cumul des versements
2	2009	150	150
3	2010	153,25	303,25
4	2011	156,5	459,75
5	2012	159,75	619,5
6	2013	163	782,5
7	2014	166,25	948,75
8	2015	169,5	1118,25
9	2016	172,75	1291
10	2017	176	1467
11	2018	179,25	1646,25

- a) Donner une formule qui, entrée dans la cellule B3, a permis par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules B3:B11.
- b) La plage de cellules C3:C11 a été obtenue par recopie vers le bas à partir de la cellule C3. Quelle formule contient la cellule C6 ?
- c) Quelle information concernant le contrat de l'entreprise CHAUFECO donne à monsieur ELIOT le résultat affiché dans la cellule C11 ?

2. Pour l'entreprise CHAUFMAX, il s'agit d'un contrat sur 10 ans avec un versement de 150 € la première année puis une augmentation de 2% par an jusqu'à la fin du contrat. Monsieur ELIOT désire alors compléter la feuille de calcul précédente afin d'obtenir les versements correspondant à chacune des entreprises. On a extrait la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1					Taux	2 %
2	Année	Entreprise CHAUFECO Versements annuels	Entreprise CHAUFECO Cumul des versements		Entreprise CHAUFMAX Versements annuels	Entreprise CHAUFMAX Cumul des versements
3	2009	150	150		150	150
4	2010	153,25	303,25		153	303
5	2011	156,5	459,75			
6	2012	159,75	619,5			
7	2013	163	782,5			
8	2014	166,25	948,75			
9	2015	169,5	1118,25			
10	2016	172,75	1291			
11	2017	176	1467			
12	2018	179,25	1646,25			

- a) Expliquer le résultat obtenu dans la cellule E4.
- b) Donner une formule qui, entrée dans la cellule E4, permet par recopie vers le bas, d'obtenir la plage de cellules E4:E12.
- c) On pose  $u_0 = 150$  et on note  $(u_n)$  le versement, en euros, de l'année  $(2009 + n)$  avec l'entreprise CHAUFMAX.  
Quelle est la nature de la suite  $(u_n)$  ? Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ ,  
 $u_n = 150 \times 1,02^n$ .
- d) Quel résultat va s'afficher dans la cellule E12 ?
- e) Sans calculer le contenu d'autres cellules, montrer que le résultat qui va s'afficher dans la cellule F12 est 1642,46.

3. Lequel des deux contrats est le plus intéressant pour Monsieur ELIOT ?

4. Monsieur ELIOT désire étudier d'autres propositions du même type que celle de l'entreprise CHAUFMAX, mais avec un taux d'évolution différent.

La formule à la question 2b permet-elle d'y répondre ?

Sinon, en entrant dans la cellule F1 le nouveau taux d'évolution, donner une formule qui, entrée dans la cellule E4 et recopiée vers le bas lui permettra de consulter les montants des versements.