

## BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

**Session 2009**

<p><b>Épreuve :</b> <b>MATHÉMATIQUES</b></p>
--

**Série**

**SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION**

**Spécialités :**

**Mercatique (coefficient : 3)**

**Comptabilité et finance d'entreprise (coefficient : 3)**

**Gestion des systèmes d'information (coefficient : 4)**

Durée de l'épreuve : 3 heures

*L'usage de la calculatrice est autorisé.*

*Le sujet comporte 6 pages, dont une annexe, page 6, est à rendre avec la copie.*

*Le sujet est composé de quatre exercices.*



**Exercice 2 : 6 points**

Le tableau ci dessous retrace l'évolution sur une vingtaine d'années du record du monde de natation à l'épreuve du 100 mètres nage libre Hommes.

	Année	Rang de l'année $x_i$	Temps en secondes $y_i$
Rowdy Gaines	1981	1	49,36
Matt Biondi	1985	5	48,95
Matt Biondi	1986	6	48,74
Matt Biondi	1988	8	48,42
Alexander Popov	1994	14	48,21
Pieter Van Hoogenband	2000	20	47,84

Source : Site officiel du mouvement olympique.

Une représentation du nuage de points  $(x_i; y_i)$  est donnée en annexe 1 à rendre avec la copie.

1.
  - a) À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au millième).

Pour l'étude qui suit, on retient comme ajustement affine la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = -0,08x + 49,2$ .

  - b) Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique de l'annexe 1 à rendre avec la copie.
  - c) En utilisant ce modèle d'ajustement, donner une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre Hommes en 2008.
2.
  - a) Calculer le taux d'évolution du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre Hommes entre 1981 et 2000 (arrondir le résultat à 0,01 %).
  - b) Sur les dix neuf années de 1981 à 2000, le temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre Hommes a été amélioré chaque année en moyenne de 0,164 %. Expliquer comment obtenir ce résultat.
  - c) On suppose qu'à partir de l'année 2000 l'évolution va se poursuivre sur le même rythme, c'est-à-dire que chaque année le temps de ce record baissera de 0,164 %. Calculer, selon ce modèle, une estimation du temps du record du monde à l'épreuve du 100 mètres nage libre Hommes en 2008.
3. Pendant les jeux olympiques de Pékin, lors de l'été 2008, Eamon Sullivan a abaissé le temps du record à 47,05 secondes.

Parmi les deux modèles précédents, indiquer celui qui donne la meilleure approximation.

**Exercice 3 : 5 points**

Disposant d'un capital de 10 000 euros un investisseur étudie les offres de deux banques différentes.

La banque B propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 3,5 % .

La banque C propose un placement à intérêts composés au taux annuel de 2 % du capital. Les intérêts obtenus sont augmentés d'une prime annuelle de 170 euros intégrée au capital. Ainsi, les intérêts et la prime produisent des intérêts pour l'année suivante.

**Partie A : Construction d'une feuille de calcul**

Afin de déterminer l'offre la plus intéressante, cet investisseur construit une feuille de calcul dont une copie partielle se trouve ci-dessous. Les cellules de la plage B2:C12 sont au format monétaire.

	A	B	C
1	Rang de l'année	Banque B	Banque C
2	0	10 000,00 €	10 000,00 €
3	1	10 350,00 €	10 370,00 €
4	2		
5	3		11 132,35 €
6	4		11 524,99 €
7	5		11 925,49 €
8	6		12 334,00 €
9	7		12 750,68 €
10	8		13 175,70 €
11	9		13 609,21 €
12	10		

- Donner une formule qui, entrée en cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage B3:B12.
- Donner une formule qui, entrée en cellule C3, permet par recopie vers le bas d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3:C12.

**Partie B : Étude des offres**

- On étudie l'offre de la banque B. On note, pour  $n$  entier naturel,  $b_n$  le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année  $n$ . Ainsi,  $b_0 = 10000$  et  $b_1 = 10350$ .
  - Indiquer si la suite  $(b_n)$  est arithmétique ou géométrique. Préciser la raison de cette suite.
  - Exprimer  $b_n$  en fonction de  $n$ .
  - En déduire que, si le capital est placé dans la banque B, alors le capital disponible au début de l'année 10 sera 14 105,99 €.
- On étudie l'offre de la banque C. Pour  $n$  entier naturel, on note  $c_n$  le capital, en euros, de l'investisseur au début de l'année  $n$ . Ainsi  $c_0 = 10000$  et  $c_1 = 10370$ .
  - Calculer  $c_2$ .
  - On admet que, pour  $n$  entier naturel, on a  $c_{n+1} = 1,02c_n + 170$ .  
Donner le capital disponible au début de l'année 10.
- L'investisseur décide de placer son capital jusqu'au début de l'année 10.  
Déterminer, parmi les deux banques B et C, celle qui propose l'offre la plus intéressante.

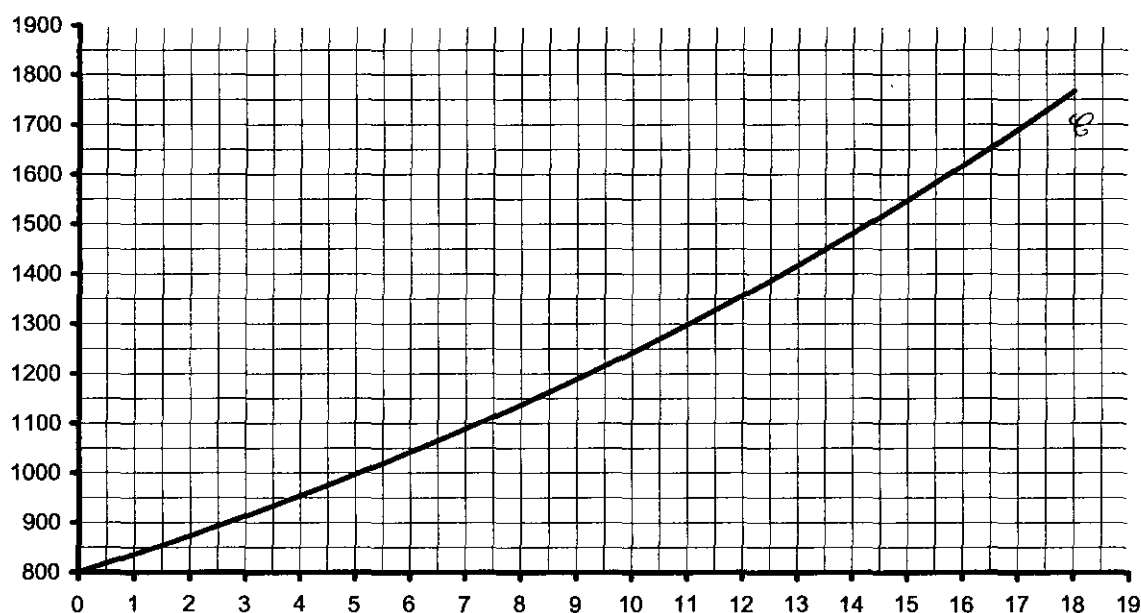
## Exercice 4 : 5 points

Formulaire
Pour tout réel $x$ , et pour tout réel strictement positif $a$ , $a^x = e^{x \ln(a)}$
Si $u$ est une fonction dérivable sur un intervalle $I$ , alors $e^u$ est une fonction dérivable sur $I$ et $(e^u)' = u'e^u$

Thomas a 13 ans et demi. Il dispose de 800 € d'économies.

Ses parents décident de placer cet argent sur un compte rémunéré à intérêts composés au taux annuel de 4,5 %.

- Calculer, au centime d'euro près, le capital dont il disposera au bout de trois ans, c'est-à-dire sa valeur acquise au bout de trois ans.
- On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 18]$  par  $f(x) = 800 \times 1,045^x$ .  
On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .
  - En utilisant le fait que  $1,045^x = e^{x \ln 1,045}$ , démontrer que  $f'(x) = 800 \ln(1,045) \times 1,045^x$ .
  - En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0 ; 18]$ .
- Le nombre  $f(x)$  représente la valeur acquise d'un capital de 800 € placé pendant une durée  $x$ , en années, au taux annuel de 4,5 %. La courbe représentative  $\mathcal{C}$  de la fonction  $f$  est donnée ci-dessous. On décide d'utiliser cette courbe pour estimer graphiquement la valeur acquise selon la durée du placement.



- Déterminer, avec la précision permise par le graphique, la valeur acquise par le capital lorsque Thomas atteindra sa majorité, soit dans quatre ans et demi.
- Combien d'années Thomas devra-t-il patienter pour voir doubler son capital initial ?

## Annexe 1 à rendre avec la copie

## Record du monde 100 m nage libre hommes

