

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

## SESSION 2008

Épreuve : <b>MATHÉMATIQUES</b>	Série : <b>Sciences et Technologies de la Gestion (STG)</b>  Spécialité : <b>mercatique, comptabilité et finance d'entreprise et gestion des systèmes d'information</b>
Durée de l'épreuve : <b>3 heures</b>	Coefficient : <b>3</b>

*L'usage des calculatrices et des instruments de géométrie est indispensable.*

*L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.*

*Une feuille de papier millimétré est fournie et à rendre avec la copie.*

*L'épreuve comporte 6 pages numérotées de 1/6 à 6/6*

*Dès que le sujet est remis, assurez-vous qu'il est complet et que toutes les pages sont imprimées.*

*Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.*

*Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

### EXERCICE 1 : (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour répondre, on demande de noter le numéro de la question et d'indiquer la réponse exacte (A, B ou C).

Pour chaque question une seule des trois réponses est correcte.

- Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
- Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

**Question 1 :** Un article subit une diminution de 20%. Pour qu'il retrouve son prix initial, il faut :

*Réponse A :* L'augmenter de 20%    *Réponse B :* Diviser par 0,8    *Réponse C :* Ajouter 0,8

**Question 2 :** Le prix d'un article a d'abord été doublé puis ensuite triplé. Le taux d'évolution global est :

*Réponse A :* 600%

*Réponse B :* 500%

*Réponse C :* 400%

**Question 3 :**

Année	2005	2006
Chiffre d'affaires (milliers d'euros)	25 000	42 000

Le taux annuel d'évolution du chiffre d'affaires (arrondi au dixième) entre 2005 et 2006 est :

*Réponse A :* 0,30

*Réponse B :* 1,68

*Réponse C :* 0,68

**Question 4 :** Le nombre d'internautes en Europe était en 2001 de 143,3 millions d'individus. En prenant ce nombre pour base 100, on obtient pour 2002 un indice égal à 133,2. Le nombre d'internautes en Europe, en millions, en 2002 est d'environ :

*Réponse A :* 176,5

*Réponse B :* 190,9

*Réponse C :* 107,6

## EXERCICE 2 : (4 points)

Monsieur François va ouvrir un marché « puces et brocante » sur son terrain. Il y a délimité 120 emplacements. L'installation des exposants commencera à 6h, le dernier exposant devra avoir fini de s'installer à 8h.

Il prévoit que chaque exposant arrivant :

- avec une voiture, paiera 10 euros de redevance et disposera de deux emplacements pour installer son stand,
- avec un fourgon, paiera 16 euros de redevance et disposera de trois emplacements.

Il faut en moyenne 1min à une voiture pour se garer et 4min à un fourgon.

Pour des raisons de sécurité, chaque exposant ne peut commencer à se garer que lorsque le précédent a fini de se garer.

Monsieur François souhaite déterminer le nombre de voitures et le nombre de fourgons nécessaires pour que sa recette soit maximale.

**Partie A :** On note  $x$  le nombre de voitures et  $y$  le nombre de fourgons.

1) Ecrire un système d'inéquations correspondant aux contraintes du problème.

2) En utilisant la feuille de papier millimétré fournie, déterminer graphiquement l'ensemble des points  $M$  du plan dont les coordonnées vérifient le système (S) suivant avec comme unité graphique : 1 cm pour 5 unités sur les deux axes. On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.

$$(S) \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \leq -\frac{2}{3}x + 40 \\ y \leq -\frac{1}{4}x + 30 \end{cases}$$

3) Après avoir justifié le lien entre les questions 1 et 2, préciser si Monsieur François peut accueillir :

- a. 50 voitures et 20 fourgons ?
- b. 30 voitures et 15 fourgons ?
- c. 24 voitures et 24 fourgons ?

**Partie B :** On note  $R$  la recette de la journée.

1) Exprimer  $R$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

2) Montrer que la droite  $D$  d'équation  $y = -\frac{5}{8}x + 10$  correspond à une recette de 160 euros.

3) a. Représenter la droite  $D$  dans le repère précédent.

b. Trouver le couple d'entiers  $(x ; y)$  qui permet d'obtenir la recette maximale.

c. Calculer alors cette recette maximale et répondre au problème posé.

### EXERCICE 3 : (6 points)

Ulysse, Victor et Walter sont nés tous les trois le 1<sup>er</sup> Janvier 2008.

A leur naissance, leurs pères respectifs ont décidé de leur mettre de l'argent de côté.

Le père d'Ulysse dépose 100 euros le 1<sup>er</sup> Janvier 2008 dans son coffre-fort et y ajoutera 200 euros tous les ans.

Le père de Victor place 2000 euros le 1<sup>er</sup> Janvier 2008 à intérêts composés au taux annuel de 3%.

Le père de Walter met 1 euro dans une tirelire le 1<sup>er</sup> Janvier 2008 puis y mettra 2 euros en 2009, 4 euros en 2010, 8 euros en 2011, 16 euros en 2012 ... Il déposera donc dans la tirelire chaque année, le double de la somme versée l'année précédente.

On note  $U_n, V_n, W_n$ , le capitaux acquis par Ulysse, Victor et Walter à l'année 2008 +  $n$ .

**Partie A :** On s'intéresse aux suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$ .

On utilise un tableur. Voici un tableau représentant l'écran, les résultats ayant été demandés à 0,1 près.

	A	B	C
1	$n$	$U_n$	$V_n$
2	0	100	2000
3	1	300	2060
4	2	500	2121.8
5	3	700	2185.5
6	4	900	2251
7	5	1100	2318.5

1) Quelle formule faut-il entrer en B3 pour obtenir par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite  $(U_n)$  ? Quelle formule faut-il entrer en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite la suite  $(V_n)$  ?

2) a. Justifier que  $(U_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera le terme initial et la raison.

b. Justifier que  $(V_n)$  est une suite géométrique dont on précisera le terme initial et la raison.

3) A 5 ans Victor dit à Ulysse : « Je suis deux fois plus riche que toi ». Et à 10 ans, est-ce encore vrai ? Justifier votre réponse.

4)a) Exprimer  $U_n$  et  $V_n$  en fonction de  $n$ .

b) A 18 ans, Ulysse et Victor veulent s'acheter chacun une moto qui coûte 3500 euros. Qui pourra le faire ? Justifier.

**Partie B :** On s'intéresse à la suite  $(W_n)$ .

1) Calculer les termes  $W_1, W_2, W_3$  et  $W_4$ .

2) Exprimer  $W_n$  en fonction de  $n$ .

3) Walter affirme qu'à 18 ans, il pourra acheter 149 motos à 3500 euros. Vrai ou Faux ? Justifier votre réponse.

### EXERCICE 4 : (6 points)

Une entreprise de maroquinerie fabrique des sacs.

On désigne par  $x$ , le nombre de centaines de sacs fabriqués par jour dans l'entreprise.

Le coût de fabrication de  $x$  centaines de sacs, exprimé en centaines d'euros, est donné par

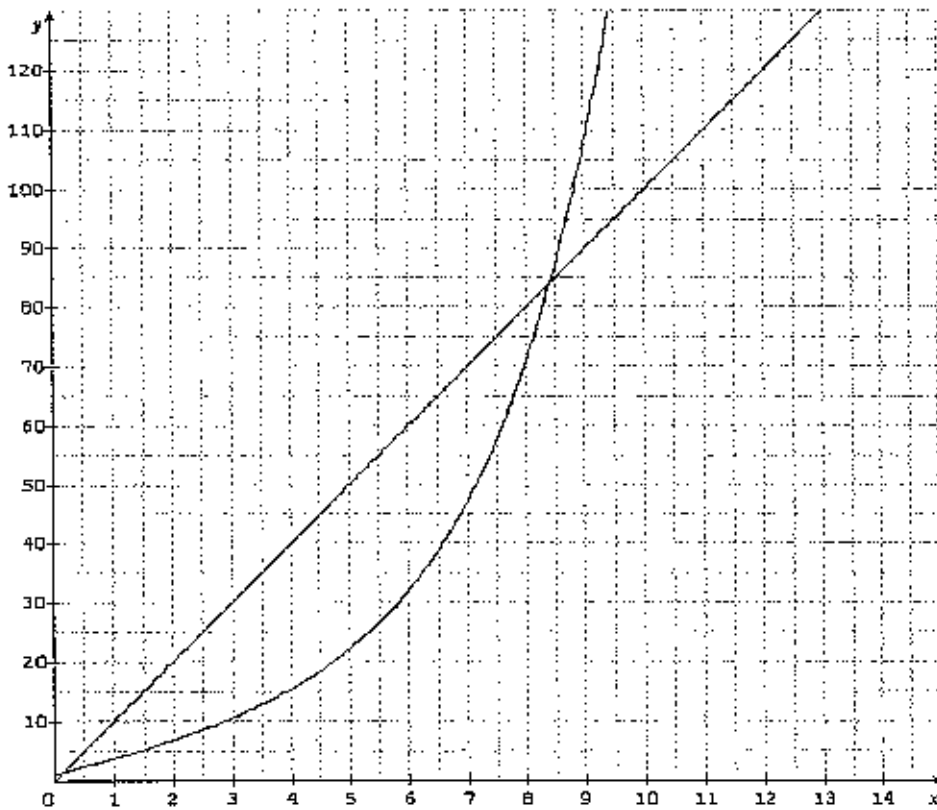
$$C(x) = 2x + e^{0,5x}$$

Chaque sac est vendu 10 euros, on note  $R(x)$  la recette, exprimée en centaines d'euros, correspondant à la vente de  $x$  centaines de sacs.

$$R(x) = 10x$$

#### Partie 1 : Lecture graphique

Voici les représentations graphiques des fonctions  $C$  et  $R$  :



- 1) Parmi ces deux représentations graphiques, quelle est celle de la fonction  $R$  ?
- 2) A l'aide du graphique, recopier et compléter le tableau suivant :

$x$			8
$C(x)$	10		
$R(x)$		40	

- 3) Arrondi à la centaine de sacs, combien de centaines de sacs faut-il fabriquer pour que l'entreprise soit certaine d'être bénéficiaire ?

**Partie 2 :**

On note  $B(x)$  le bénéfice journalier, exprimé en centaines d'euros, réalisé par l'entreprise.

1) Montrer que  $B(x) = 8x - e^{0,5x}$ .

- 2)
- a. Calculer  $B'(x)$ . La notation  $B'$  désigne la fonction dérivée de la fonction  $B$ .
  - b. Montrer que dans  $[0 ; 15]$ , résoudre  $B'(x) \leq 0$  revient à résoudre l'inéquation  $e^{0,5x} \geq 16$ .
  - c. Dresser le tableau de variation de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 15]$ .
  - d. En déduire la valeur exacte de  $x$  pour laquelle  $B$  admet un maximum. On donnera une valeur arrondie de cette valeur exacte à  $10^{-2}$ .

3) En déduire la valeur maximale du bénéfice arrondi à l'euro.