

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2008

Épreuve :
MATHÉMATIQUES

Série

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION

Spécialités :

Mercatique (coefficient : 3)

Comptabilité et finance d'entreprise (coefficient : 3)

Gestion des systèmes d'information (coefficient : 4)

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte six pages, dont une annexe, page 6, est à rendre avec la copie.

Le sujet est composé de quatre exercices.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (5 points)

Selon l'institut national de la statistique et des études économiques (INSEE) un indice des prix a suivi, en France, l'évolution suivante entre les années 2000 et 2006.

| Année | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|-----------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Rang de l'année x_i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Indice y_i | 100 | 101,5 | 102,8 | 104,0 | 107,1 | 109,4 | 113,5 |

INSEE : formation brute de capital fixe

L'exercice a pour objet d'étudier l'évolution de cet indice en utilisant deux modèles mathématiques.

Une représentation graphique du nuage de points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ est donnée en annexe 3, page 6, à rendre avec la copie.

1. Ajustement affine

- À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés (arrondir les coefficients au centième).
- À partir des calculs effectués ci-dessus, on retient comme ajustement affine du nuage de points la droite \mathcal{D} d'équation $y = 2,2x + 96,8$.
Tracer la droite \mathcal{D} sur le graphique donné en annexe 3, page 6, à rendre avec la copie.
- En supposant que ce modèle reste valable pour l'année 2007, donner une prévision de la valeur de l'indice pour 2007. Indiquer la méthode utilisée.

2. Ajustement à l'aide d'un logiciel

Un logiciel de calcul propose d'ajuster le nuage de points à l'aide d'une partie de la courbe \mathcal{C} d'équation $y = 0,3x^2 + 0,1x + 99,9$.

La courbe \mathcal{C} est tracée en annexe 3, page 6, à rendre avec la copie.

- Déterminer l'ordonnée du point de la courbe \mathcal{C} d'abscisse 8.
- On suppose que le modèle défini par la courbe \mathcal{C} reste valable pour l'année 2007.
Donner, selon ce modèle, la valeur de l'indice pour 2007.

Exercice 2 (5 points)

L'extrait de feuille de calcul ci-dessous donne partiellement le nombre de SMS* interpersonnels émis par téléphone en France lors des années 2001 à 2007. Le format d'affichage sur la plage de cellules B3:H3 est un format numérique à zéro décimale.

(*) Un SMS ou Short Message Service est un message texte, également appelé texto, envoyé d'un téléphone à un autre.

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---------------------------------------------|-------|-------|-------|------|--------|--------|--------|
| 1 | Année | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 |
| 2 | Nombre de SMS interpersonnels (en millions) | 3 234 | 5 877 | 8 410 | | 12 712 | 15 023 | 17 546 |
| 3 | Indice | 100 | 182 | 260 | 335 | | 465 | 543 |

Source : ARCEP Volumes de la messagerie interpersonnelle

- Calculer le nombre de millions de SMS interpersonnels émis au cours de l'année 2004 (arrondir à l'unité).
 - Calculer l'indice de l'année 2005 (arrondir à l'unité).
- Donner une formule qui, entrée dans la cellule C3, permet par recopie vers la droite d'obtenir la plage de cellules C3:H3.
- Dans cette question les résultats seront arrondis à 1 %.
 - Donner le taux d'évolution du nombre de SMS interpersonnels émis de l'année 2001 à l'année 2007.
 - Calculer le taux d'évolution moyen annuel du nombre de SMS interpersonnels émis de l'année 2001 à l'année 2007.

Exercice 3 (4 points)

Une entreprise comprend 375 salariés. Elle dispose d'un restaurant d'entreprise.

Une enquête a été réalisée sur la fréquentation de ce restaurant par les salariés de cette entreprise.

Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

| | Hommes | Femmes | Total |
|-----------------------------------------------------------------------------|--------|--------|-------|
| Nombre de salariés qui mangent régulièrement au restaurant d'entreprise | 110 | 55 | 165 |
| Nombre de salariés qui mangent occasionnellement au restaurant d'entreprise | 42 | 33 | 75 |
| Nombre de salariés qui ne mangent jamais au restaurant d'entreprise | 58 | 77 | 135 |
| Nombre total de salariés | 210 | 165 | 375 |

On choisit au hasard un salarié dans la liste des 375 salariés de cette entreprise. Tous les salariés ont la même probabilité d'être choisis.

On considère les événements suivants :

F : « Le salarié choisi est une femme » ;

R : « Le salarié choisi mange régulièrement au restaurant d'entreprise » ;

O : « Le salarié choisi mange occasionnellement au restaurant d'entreprise ».

- Traduire par une phrase l'événement $F \cap R$, puis calculer sa probabilité (arrondir le résultat au millième).

2. Traduire par une phrase l'événement $R \cup O$, puis calculer sa probabilité.
3. Calculer la probabilité que, sachant qu'il mange occasionnellement au restaurant d'entreprise, le salarié choisi soit une femme (donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).
4. Les événements F et O sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

Exercice 4 (6 points)

Cet exercice a pour objet une étude de marché pour un article donné. Cette étude de marché a montré que le nombre de personnes désirant acheter cet article est fonction du prix x , en euros, auquel il est proposé à la vente.

Pour cet article et pour un prix x , on note $f(x)$ est le nombre de milliers d'acheteurs. La fonction f est la fonction de demande.

Une entreprise décide de fabriquer cet article. Cette entreprise pourra fabriquer $g(x)$ milliers d'articles au prix x . La fonction g est la fonction d'offre.

Les courbes représentatives C_f et C_g des fonctions f et g sont données en annexe 1, page 5.

1. On suppose que pour cet article la fonction f est définie sur l'intervalle $[1;12]$ par $f(x) = 10 - 3 \ln(x)$.
 - a) Soit f' la fonction dérivée de la fonction f . Calculer $f'(x)$.
 - b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1;12]$.
 - c) En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1;12]$.
2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

On suppose que pour cet article la fonction g est définie sur l'intervalle $[1;12]$ par $g(x) = 2 \ln(x)$.

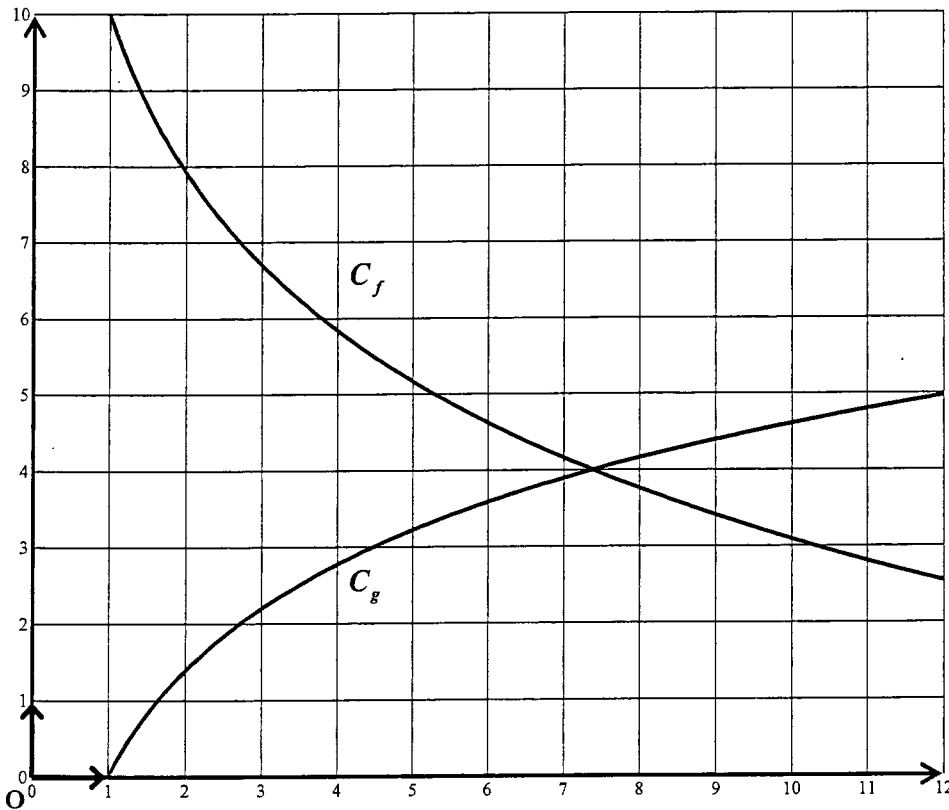
L'entreprise pourra-t-elle vendre tous les articles qu'elle aura fabriqués si le prix de vente est fixé à 8 € ?

3. On se propose de déterminer, à l'aide d'un tableur, la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$. Cette valeur est appelée prix d'équilibre de l'article.
La feuille de calcul de l'annexe 2, page 5, donne les valeurs de $f(x)$, les valeurs de $g(x)$ et les valeurs de $g(x) - f(x)$, pour x variant de 7 à 7,5 au pas 0,01.
Sur ce tableur la fonction logarithme népérien se note LN() et pour les colonnes B, C et D le format d'affichage est un format numérique à trois décimales.
 - a) Donner une formule qui, entrée dans la cellule B2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B2:B52.
 - b) Donner une formule qui, entrée dans la cellule D2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules D2:D52.
 - c) Donner la valeur du prix d'équilibre (arrondir au centime d'euro).
 - d) Déterminer le nombre d'articles qui seront achetés si le prix de vente est égal au prix d'équilibre.

ANNEXE 2

| | A | B | C | D |
|----|------|--------|--------|-------------|
| 1 | x | $f(x)$ | $g(x)$ | $g(x)-f(x)$ |
| 2 | 7,00 | 4,162 | 3,892 | -0,270 |
| 3 | 7,01 | 4,158 | 3,895 | -0,263 |
| 4 | 7,02 | 4,154 | 3,898 | -0,256 |
| 5 | 7,03 | 4,149 | 3,900 | -0,249 |
| 6 | 7,04 | 4,145 | 3,903 | -0,242 |
| 7 | 7,05 | 4,141 | 3,906 | -0,235 |
| 8 | 7,06 | 4,137 | 3,909 | -0,228 |
| 9 | 7,07 | 4,132 | 3,912 | -0,221 |
| 10 | 7,08 | 4,128 | 3,915 | -0,214 |
| 11 | 7,09 | 4,124 | 3,917 | -0,207 |
| 12 | 7,10 | 4,120 | 3,920 | -0,200 |
| 13 | 7,11 | 4,115 | 3,923 | -0,192 |
| 14 | 7,12 | 4,111 | 3,926 | -0,185 |
| 15 | 7,13 | 4,107 | 3,929 | -0,178 |
| 16 | 7,14 | 4,103 | 3,931 | -0,171 |
| 17 | 7,15 | 4,099 | 3,934 | -0,164 |
| 18 | 7,16 | 4,094 | 3,937 | -0,157 |
| 19 | 7,17 | 4,090 | 3,940 | -0,150 |
| 20 | 7,18 | 4,086 | 3,943 | -0,144 |
| 21 | 7,19 | 4,082 | 3,945 | -0,137 |
| 22 | 7,20 | 4,078 | 3,948 | -0,130 |
| 23 | 7,21 | 4,074 | 3,951 | -0,123 |
| 24 | 7,22 | 4,069 | 3,954 | -0,116 |
| 25 | 7,23 | 4,065 | 3,956 | -0,109 |
| 26 | 7,24 | 4,061 | 3,959 | -0,102 |
| 27 | 7,25 | 4,057 | 3,962 | -0,095 |
| 28 | 7,26 | 4,053 | 3,965 | -0,088 |
| 29 | 7,27 | 4,049 | 3,968 | -0,081 |
| 30 | 7,28 | 4,045 | 3,970 | -0,074 |
| 31 | 7,29 | 4,040 | 3,973 | -0,067 |
| 32 | 7,30 | 4,036 | 3,976 | -0,061 |
| 33 | 7,31 | 4,032 | 3,978 | -0,054 |
| 34 | 7,32 | 4,028 | 3,981 | -0,047 |
| 35 | 7,33 | 4,024 | 3,984 | -0,040 |
| 36 | 7,34 | 4,020 | 3,987 | -0,033 |
| 37 | 7,35 | 4,016 | 3,989 | -0,026 |
| 38 | 7,36 | 4,012 | 3,992 | -0,020 |
| 39 | 7,37 | 4,008 | 3,995 | -0,013 |
| 40 | 7,38 | 4,004 | 3,998 | -0,006 |
| 41 | 7,39 | 4,000 | 4,000 | 0,001 |
| 42 | 7,40 | 3,996 | 4,003 | 0,007 |
| 43 | 7,41 | 3,992 | 4,006 | 0,014 |
| 44 | 7,42 | 3,987 | 4,008 | 0,021 |
| 45 | 7,43 | 3,983 | 4,011 | 0,028 |
| 46 | 7,44 | 3,979 | 4,014 | 0,034 |
| 47 | 7,45 | 3,975 | 4,016 | 0,041 |
| 48 | 7,46 | 3,971 | 4,019 | 0,048 |
| 49 | 7,47 | 3,967 | 4,022 | 0,054 |
| 50 | 7,48 | 3,963 | 4,024 | 0,061 |
| 51 | 7,49 | 3,959 | 4,027 | 0,068 |
| 52 | 7,50 | 3,955 | 4,030 | 0,075 |

ANNEXE 1



ANNEXE 3
À RENDRE AVEC LA COPIE