

## BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE S.T.I.

Génie électronique – Génie électrotechnique – Génie optique

SESSION 2008

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 4 heures

**LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT  
LES DEUX EXERCICES ET LE PROBLÈME**

\* \* \* \*

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**

**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

L'utilisation des calculatrices électroniques, programmables, alphanumériques ou à écran graphique **est autorisée**, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit fait usage d'aucune imprimante.

Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur sa table.

En cas de défaillance, elle pourra cependant être remplacée.

Cependant, les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que l'échange d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits.

(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

Un formulaire de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Une feuille de papier millimétré sera distribuée en même temps que le sujet.

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE			
Coefficient : 4	SESSION 2008	Durée : 4 heures	
SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE			ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES
8MAI3MELR3	Ce sujet comporte 6 pages	Page 1/6	

**EXERCICE 1 : (5 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 2 cm.

On note  $i$  le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 4z + 8 = 0.$$

2. On considère les points A, B et C du plan d'affixes respectives :

$$z_A = 2 - 2i ; \quad z_B = 2 + 2i \quad \text{et} \quad z_C = 4.$$

Placer les points A, B et C dans le plan muni du repère  $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ .

3. Déterminer le module et un argument des nombres complexes  $z_A$  et  $z_B$ .

4. a) Écrire  $z_A$  et  $z_B$  sous la forme  $re^{i\theta}$ , où  $r$  est un réel strictement positif et  $\theta$  un réel compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

b) Montrer que le point B est l'image du point A par une rotation de centre O et d'angle  $\alpha$  que l'on précisera.

5. Démontrer que le triangle OAB est isocèle rectangle.

6. Déterminer la nature du quadrilatère OACB.

<b>BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE</b>		
Coefficient : 4	<b>SESSION 2008</b>	Durée : 4 heures
SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE		ÉPREUVE : <b>MATHÉMATIQUES</b>
<b>8MAI3MELR3</b>	<b>Ce sujet comporte 6 pages</b>	Page 2/6

## EXERCICE 2 : (5 points)

Une entreprise fabriquant des ordinateurs les vend en ligne sur internet. Ces appareils sont tous garantis un an gratuitement.

Le fabricant propose en option une extension de garantie payante de deux ans, au delà de cette première année gratuite.

1. Une étude est faite sur un échantillon de 1000 ordinateurs vendus par ce fabricant.

Elle montre que :

- 10 ordinateurs ont nécessité une ou plusieurs réparations au cours de la deuxième année (on note ce cas  $R_2$ ) ;
- au cours de la troisième année, 20 ordinateurs ont nécessité une ou plusieurs réparations (on note ce cas  $R_3$ ) dont un qui avait déjà été réparé l'année précédente.

Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre d'ordinateurs	$R_3$ se produit	$R_3$ ne se produit pas	Total
$R_2$ se produit			
$R_2$ ne se produit pas			
Total			

On admet que la répartition précédente modélise ce qui se produit pour l'ensemble des ordinateurs vendus par ce fabricant.

2. Selon les chiffres du fabricant :

- pour chaque ordinateur vendu sans extension de garantie et tombé en panne une ou plusieurs fois la deuxième année, le coût moyen de réparation pour l'acheteur au cours de cette deuxième année est 150 €.
- pour chaque ordinateur vendu sans extension de garantie et tombé en panne une ou plusieurs fois la troisième année, le coût moyen de réparation pour l'acheteur au cours de cette troisième année est 200 €.

On note  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque ordinateur vendu sans extension de garantie par ce fabricant, associe le coût total moyen des réparations, pour l'acheteur, au terme des trois premières années. Ce coût est exprimé en euros.

Les valeurs prises par la variable aléatoire  $X$  sont donc : 0, 150, 200, 350.

a) Justifier que la probabilité de l'événement ( $X = 0$ ) est égale à 0,971.

b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .

c) Calculer l'espérance mathématique  $E(X)$  de la variable aléatoire  $X$ .

3. Le fabricant propose l'extension de garantie payante de deux ans à un prix de 50 €.

Que peut-on en dire ?

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE			
Coefficient : 4	SESSION 2008	Durée : 4 heures	
SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE		ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES	
8MAI3MELR3	Ce sujet comporte 6 pages		Page 3/6

**PROBLÈME : (10 points)**

**Partie A : Résolution d'une équation différentielle**

On considère l'équation différentielle (E):  $y' + 5y = 5x^3 + 3x^2 + 5$ , où  $y$  représente une fonction de la variable  $x$ , définie et dérivable sur l'ensemble  $\mathbf{R}$  des nombres réels.

1. Résoudre l'équation différentielle  $(E_0): y' + 5y = 0$ .
2. Déterminer deux nombres réels  $a$  et  $b$  tels que la fonction  $u$ , définie sur  $\mathbf{R}$  par  $u(x) = ax^3 + b$ , soit solution de l'équation différentielle (E).
3. Soit  $h$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par  $h(x) = ke^{-5x} + x^3 + 1$  où  $k$  est un nombre réel.
  - a) Vérifier que  $h$  est solution de l'équation (E).
  - b) Déterminer le réel  $k$  tel  $h(0) = -2$ .

**Partie B : Étude de la fonction  $f$**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par :  $f(x) = -3e^{-5x} + x^3 + 1$ .

1.
  - a) Déterminer la limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $-\infty$ .
  - b) Déterminer la limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ .
2.
  - a) On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ .  
Calculer  $f'(x)$  pour tout réel  $x$ .
  - b) En déduire le sens de variation de la fonction  $f$  sur  $\mathbf{R}$  et dresser son tableau de variation.
3.
  - a) Calculer  $f(0)$  et  $f(1)$ .
  - b) Établir que l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0 ; 1]$ .
  - c) Donner un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  du nombre réel  $\alpha$ .
  - d) Déterminer selon les valeurs du réel  $x$ , le signe de  $f(x)$ .

<b>BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE</b>			
Coefficient : 4	SESSION 2008	Durée : 4 heures	
SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE		ÉPREUVE : <b>MATHÉMATIQUES</b>	
8MAI3MELR3	Ce sujet comporte 6 pages		Page 4/6

### Partie C : Courbe représentative de la fonction $f$

Le plan est muni d'un repère orthogonal  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$  d'unités graphiques 8 cm sur l'axe des abscisses et 2 cm sur l'axe des ordonnées.

On note  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans le repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Soit  $u$  la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par :  $u(x) = x^3 + 1$ .

La représentation graphique  $\Gamma$  de la fonction  $u$ , dans le repère  $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ , est tracée sur la feuille jointe en annexe.

a) On pose, pour tout réel  $x$ ,  $d(x) = f(x) - u(x)$ .

Étudier le signe de  $d(x)$ .

b) En déduire la position de la courbe  $\mathcal{C}$  par rapport à la courbe  $\Gamma$ .

2. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous. On donnera dans chaque cas la valeur décimale arrondie au centième de  $f(x)$ .

$x$	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2
$f(x)$								

3. Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  dans le repère figurant sur la feuille annexe à remettre avec la copie.

### Partie D : Calcul d'une aire

On appelle  $\mathcal{P}$  la partie du plan limitée par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = \frac{1}{2}$  et  $x = 1$ .

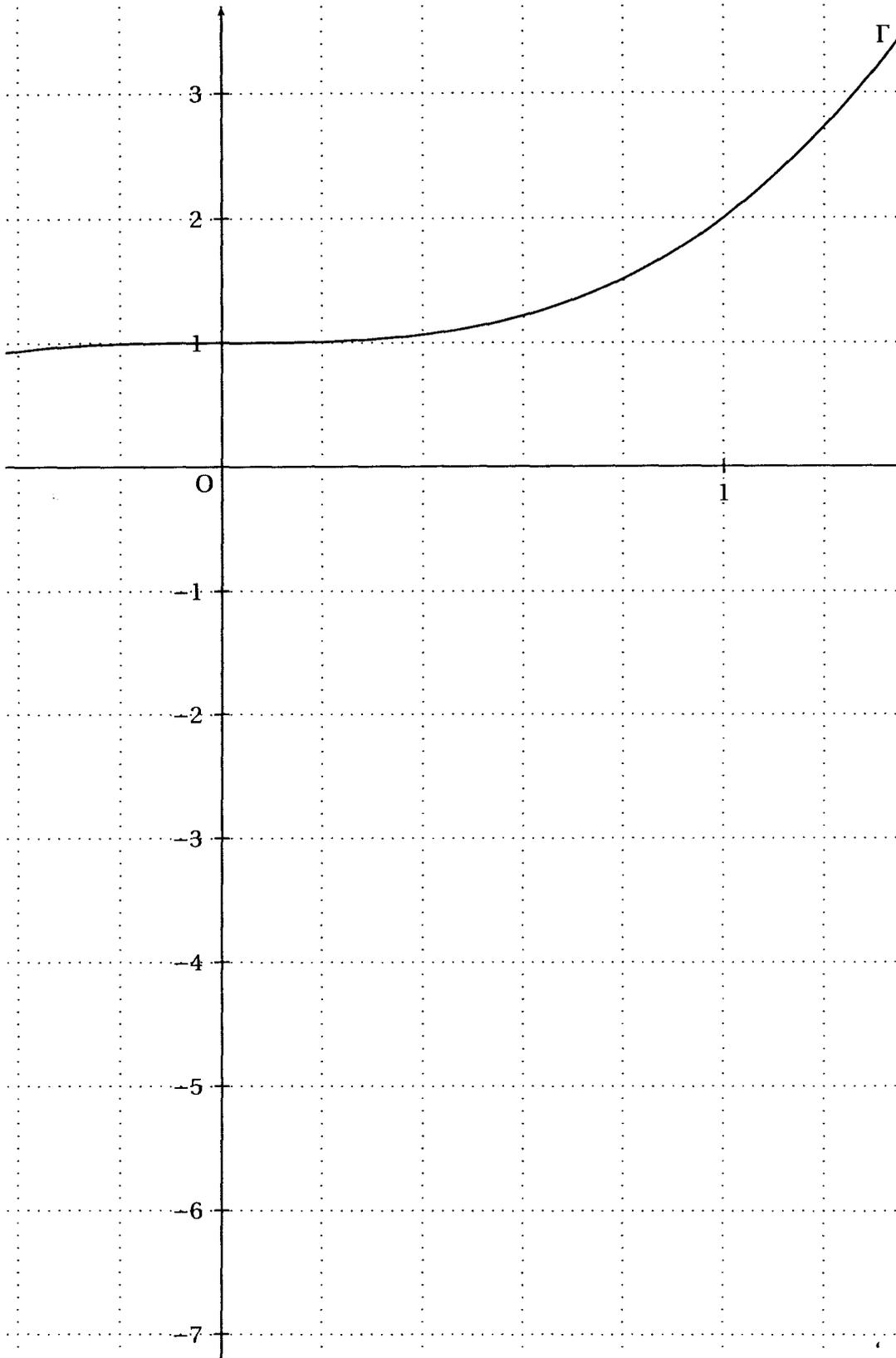
1. Hachurer sur la feuille annexe la partie  $\mathcal{P}$  du plan.

2. Calculer la mesure, en unités d'aire, de l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie  $\mathcal{P}$  du plan.

*Dans cette question particulièrement, toute trace de recherche, même incomplète, figurant sur la copie sera prise en compte dans l'évaluation.*

<b>BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE</b>		
Coefficient : 4	<b>SESSION 2008</b>	Durée : 4 heures
<b>SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE</b>		<b>ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES</b>
<b>8MAI3MELR3</b>	<b>Ce sujet comporte 6 pages</b>	Page 5/6

**FEUILLE ANNEXE DU PROBLÈME  
À REMETTRE AVEC LA COPIE**



<b>BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE</b>		
Coefficient : 4	<b>SESSION 2008</b>	Durée : 4 heures
<b>SÉRIE : STI GÉNIE ÉLECTRONIQUE – GÉNIE ÉLECTROTECHNIQUE – GÉNIE OPTIQUE</b>		<b>ÉPREUVE : MATHÉMATIQUES</b>
<b>8MAI3MELR3</b>	Ce sujet comporte 6 pages	Page 6/6