

# BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE S.T.I.

Génie électronique – Génie électrotechnique – Génie optique

SESSION 2010

## ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 4 heures

**LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT  
LES DEUX EXERCICES ET LE PROBLÈME**

\* \* \* \*

**Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.**

**Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.**

L'utilisation des calculatrices électroniques, programmables, alphanumériques ou à écran graphique **est autorisée**, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit fait usage d'aucune imprimante.

Chaque candidat ne peut utiliser qu'une seule machine sur sa table.

En cas de défaillance, elle pourra cependant être remplacée.

Cependant, les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que l'échange d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits.

(circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999)

Un formulaire de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Une feuille de papier millimétré sera distribuée en même temps que le sujet.

### Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe  $\mathcal{P}$  est muni d'un repère orthonormal  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  d'unité graphique 1 cm.

On désigne par  $i$  le nombre complexe de module 1 et d'argument  $\frac{\pi}{2}$ .

1. Résoudre dans l'ensemble  $\mathbf{C}$  des nombres complexes l'équation :  $z^2 + 4z + 13 = 0$ .
2. Dans le plan complexe  $\mathcal{P}$ , on considère les points A, B et C d'affixes respectives  $z_A = -2 - 3i$ ,  $z_B = -2 + 3i$  et  $z_C = 3 - 2i$ .
  - a) Placer les points A, B et C dans le repère  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .
  - b) Écrire  $\frac{z_C}{z_A}$  sous forme algébrique.
  - c) En déduire la forme exponentielle de  $\frac{z_C}{z_A}$ .
  - d) En justifiant, donner la nature du triangle OAC.
3. On désigne par D l'image du point C par la rotation de centre O et d'angle  $\frac{\pi}{3}$ .
  - a) Construire à la règle et au compas le point D dans le repère  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .  
On laissera apparents les traits de construction.
  - b) Déterminer, sous forme algébrique, l'affixe  $z_D$  du point D.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Les points A, B, C et D semblent appartenir à une même figure géométrique. Laquelle ? On justifiera la réponse.

## Exercice 2 (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point et chaque mauvaise réponse enlève 0,5 point. Une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

On notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

### Partie A

Dans une entreprise qui fabrique des pièces pour l'horlogerie, on souhaite étudier la conformité d'un type de pièce ayant la forme d'une roue dentée. Deux machines produisent ce type de pièce. Sur chacune des machines, on prélève 200 unités sortant de la chaîne de fabrication et on mesure avec précision le diamètre des roues dentées. On rassemble les résultats dans le tableau suivant :

Diamètre en mm	3,45	3,5	3,55	3,6
Nombre de pièces issues de la machine A	5	184	10	1
Nombre de pièces issues de la machine B	9	173	15	3

Une pièce est dite conforme lorsqu'elle a un diamètre de 3,5 mm.

- On tire au hasard une pièce dans le lot issu de la machine A.  
La probabilité que cette pièce soit conforme est de :  
a) 0,8925      b) 0,92      c) 0,865      d) 1,02
- On tire au hasard une pièce parmi les 400 qui ont été prélevées dans la production.  
La probabilité que le diamètre de cette pièce soit supérieur ou égal à 3,5 mm est de :  
a) 0,035      b) 0,8925      c) 0,0725      d) 0,965
- Soit  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque pièce mesurée, associe l'écart par rapport à la dimension théorique de 3,5 mm. Le tableau suivant donne la loi de probabilité de cette variable aléatoire.

$x_i$	-0,05	0	0,05	0,1
$P(X = x_i)$	0,035	0,8925	0,0625	0,01

L'espérance mathématique de la variable aléatoire  $X$  est de :

- a) 0,2375      b) 2,375      c) 0,002375      d) 0,005875

### Partie B

- Une solution sur  $\mathbf{R}$  de l'équation différentielle  $y' + 3y = 6x + 5$  est :  
a)  $x \mapsto e^{-3x}$       b)  $x \mapsto e^{-3x} + 2x + 1$       c)  $x \mapsto e^{3x} + 2x + 1$       d)  $x \mapsto e^{-3x} + 2x + 3$
- Une solution sur  $\mathbf{R}$  de l'équation différentielle  $y'' + 9y = 0$  est :  
a)  $x \mapsto 2 \cos(9x) + 5 \sin(3x)$       b)  $x \mapsto 2 \cos(3x) + 5 \sin(3x)$   
c)  $x \mapsto 2 \cos(9x)$       d)  $x \mapsto 2 \cos(9x) + 5 \sin(9x)$

## Problème (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , en prenant pour unité graphique 2 cm.

Sur la **feuille annexe jointe, à rendre avec la copie**, on a tracé la courbe représentative  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = a \ln x + \frac{b}{x} + c$ , où  $a$ ,  $b$  et  $c$  désignent trois nombres réels.

On a également placé les points A et B de coordonnées respectives  $(0; \ln 2 - 2)$  et  $(-4 \ln 2 + 8; 0)$  dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

### Partie A

- Déterminer graphiquement les valeurs de  $f(1)$  et de  $f'(1)$ .
  - Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 2, calculer  $f'(2)$ .
- Déterminer l'expression de  $f'(x)$  en fonction de  $a$  et  $b$ .

b) Montrer que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont solutions du système 
$$\begin{cases} b + c = -1 \\ a - b = 0 \\ 2a - b = 1 \end{cases} .$$

- Calculer  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

En déduire l'expression de  $f(x)$ .

### Partie B

Dans toute la suite du problème, on admet que la fonction  $f$  est définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} - 2$ .

- Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .
- On admet que  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ .  
Interpréter graphiquement ce résultat.
- Étudier les variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
- La courbe  $\mathcal{C}$  semble couper l'axe des abscisses sur l'intervalle  $[6; 7]$ .

Prouver ce résultat, puis donner un encadrement d'amplitude  $10^{-2}$  de l'abscisse du point d'intersection.

### Partie C

On désigne par  $\Gamma$  la courbe représentative de la fonction logarithme népérien dans le repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer les coordonnées du (ou des) point(s) d'intersection des courbes  $\mathcal{C}$  et  $\Gamma$ .
2. Étudier la position relative des courbes  $\mathcal{C}$  et  $\Gamma$ .
3. Tracer la courbe  $\Gamma$  sur la **feuille annexe, à rendre avec la copie**.
4.
  - a) Hachurer la partie du plan comprise entre les courbes  $\mathcal{C}$ ,  $\Gamma$  et les droites d'équations respectives  $x = 1$  et  $x = 2$ .
  - b) Calculer la mesure exacte, en unités d'aire, de l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie hachurée.
  - c) En déduire, en  $\text{cm}^2$ , la mesure arrondie au centième de l'aire  $\mathcal{A}$ .

# Problème

annexe, à rendre avec la copie

