

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.

Les deux exercices peuvent être traités indépendamment l'un de l'autre.

Exercice I (8 points)

Des résultats expérimentaux

SUJET SORTI

On peut estimer l'âge de très vieux troncs d'arbres de deux façons :

- d'une part, en étudiant les anneaux de croissance ;
- d'autre part, en mesurant la radioactivité résiduelle du carbone 14.

On a ainsi analysé d'anciens morceaux de séquoias et de pins par les deux méthodes.

Voici le tableau des résultats obtenus :

t_i est l'âge, en milliers d'années, donné par la méthode des anneaux de croissance :

A_i est la radioactivité résiduelle exprimée en unité de radioactivité.

t_i	0,5	1	2	3	4	5	6,3	7,8
A_i	14,5	13,5	12	10,8	9,9	8,9	8	6,8

1 Recopier et compléter le tableau suivant où $\ln A_i$ est le logarithme népérien de A_i . On arrondira les valeurs trouvées au centième le plus proche.

t_i	0,5	1	2	3	4	5	6,3	7,8
$y_i = \ln A_i$	2,67							1,92

2 Tracer le nuage de points $M_i(t_i; y_i)$

On prendra en abscisses : 1 cm pour 500 ans ;
en ordonnées : 5 cm pour une unité.

3 a) Déterminer une équation de la droite D passant par le premier et le dernier point de ce nuage.

b) Calculer les coordonnées du point moyen G de ce nuage.

c) Le point G appartient-il à D ?

d) Placer G et D sur le dessin précédent.

4 On trouve un autre tronc d'arbre que l'on estime (d'après la méthode des anneaux de croissance) vieux de 5 700 ans.

Donner alors la radioactivité résiduelle qu'on lui trouverait en utilisant la droite D précédente :

- a) graphiquement, en faisant apparaître sur le dessin les traits permettant la lecture du résultat ;
- b) par le calcul, en prenant pour équation de D : $y = -0,1 t + 2,72$.

CODE EPREUVE MAGBME1		EXAMEN : Baccalauréat Technologique	SPECIALITE : STL Biochimie - Génie biologique	
SESSION 2004	SUJET	EPREUVE : MATHÉMATIQUES		
Durée : 2 h	Coefficient : 2	Code sujet : 04MB133	Page 1/2	

Exercice II (12 points)

Des résultats théoriques

Partie A

Les êtres vivants contiennent du carbone 14 radioactif (constamment renouvelé) qui se maintient à la valeur de 15,3 unités.

À leur mort, ce carbone 14 n'est plus renouvelé ; il se désintègre à une vitesse proportionnelle, à tout instant, au carbone 14 encore présent dans l'organisme.

On montre que le coefficient de proportionnalité est voisin de 0,123.

Ainsi, la radioactivité du carbone 14 présent dans un organisme à l'instant t après sa mort (t exprimé en milliers d'années), notée $f(t)$, vérifie les deux conditions :

$$f'(t) = -0,123 f(t) \quad \text{et} \quad f(0) = 15,3$$

1 - Résoudre l'équation différentielle $y' = -0,123 y$ et $y(0) = 15,3$.

Partie B

On étudie sur $[0, +\infty[$ la fonction f définie par $f(t) = 15,3 e^{-0,123 t}$.

1 -a) Calculer la limite de f quand t tend vers $+\infty$.

b) En déduire l'existence d'une asymptote (que l'on précisera) à C courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

2 -a) Pour tout nombre t positif, calculer $f'(t)$, où f' désigne la dérivée de f .

b) Étudier le signe de $f'(t)$ et en déduire les variations de f sur $[0, +\infty[$.

3 - Construire C en prenant :

- 2 cm pour 5 milliers d'années en abscisses,
- 1 cm pour 1 unité en ordonnées.

(On placera les points d'abscisses : 0 ; 5 ; 10 ; 15 ; 20 ; 25 et 30).

4 - Placer sur le dessin précédent la tangente T à C au point d'abscisse 0.

Partie C

On considère que la fonction f donnée dans la partie B donne la radioactivité du carbone 14 dans un organisme après sa mort, en fonction de t (en milliers d'années).

1 - On trouve dans une grotte des débris d'os présentant une radioactivité égale à 10,2 unités. Estimer l'âge de ces débris à l'aide d'une lecture graphique.

2 - Lorsque la radioactivité devient inférieure à 1 % de sa valeur initiale, le calcul de $f(t)$ est entaché de trop d'incertitude pour permettre de dater raisonnablement à l'aide du carbone 14.

Trouver à partir de quel âge, un organisme ne peut plus être daté au carbone 14.