

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2008

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

Spécialité : BIOCHIMIE GÉNIE BIOLOGIQUE

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

*La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.*

EXERCICE 1 (9 points)

On étudie en laboratoire l'action de la chaleur sur les microorganismes. On sait que celle-ci conduit à leur destruction totale ou partielle, selon son intensité et les conditions de son utilisation. Les microorganismes doivent être exposés selon une durée déterminée, à une température donnée et on considère que le but est atteint si 90% des microorganismes existants avant l'expérience sont effectivement détruits.

On a relevé la durée en minutes et la température en degrés Celsius nécessaires pour atteindre cet objectif pour un échantillon témoin. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Température : x_i (en °C)	105	108	111	114	117	120
Durée : t_i (en min)	148	55	20	7	3	1

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i(x_i; t_i)$. On prendra 1 cm pour 1°C en abscisse et 1 cm pour 10 min en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées (105 ; 0).

Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

2. On pose $y_i = \ln(t_i)$

- a) Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats arrondis à 10^{-1} près.

x_i	105	108	111	114	117	120
$y_i = \ln(t_i)$						

- b) Représenter graphiquement le nuage de points $N_i(x_i; y_i)$. On prendra 1 cm pour 1°C en abscisse et 1 cm pour 1 unité en ordonnée. L'origine du repère aura pour coordonnées (105 ; 0).

Un ajustement affine vous paraît-il justifié ?

- c) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer.
d) Déterminer les coordonnées des deux points G_1 et G_2 , qui sont respectivement les points moyens du nuage N_1, N_2, N_3 , et du nuage N_4, N_5, N_6 . Placer les points G_1 et G_2 .
e) Tracer la droite (G_1G_2) et déterminer son équation réduite.

3. En utilisant l'ajustement affine de la question 2 :

- a) Calculer une valeur approchée de la durée du traitement thermique à 110°C nécessaire pour détruire 90% des bactéries (on arrondira le résultat à la minute près).
b) Calculer une valeur approchée de la température nécessaire pour détruire 90% des bactéries par un traitement thermique d'une durée de 90 minutes (on arrondira le résultat à 10^{-1} degré près).

EXERCICE 2 (11 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = -\ln(3) + 2 - 2\ln(x) - 2x^2$

1. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
2. a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$. Calculer $f'(x)$.
b) Étudier le signe de $f'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$ et en déduire le tableau de variations de f .
c) Calculer $f(0,5)$ et $f(2)$ (on donnera les résultats arrondis à 10^{-2} près).
Conclure quant à l'existence d'une unique valeur α de l'intervalle $]0,5 ; 2[$ telle que $f(\alpha) = 0$.
d) À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée à 10^{-1} près de α .
3. Dresser le tableau de signes de la fonction f sur $]0 ; +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction h , définie sur $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{\ln(3x^2) - 2x^2}{x}$

1. a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$
b) Montrer que $h(x)$ peut s'écrire sous la forme
$$h(x) = \ln(3) \frac{1}{x} + 2 \frac{\ln(x)}{x} - 2x.$$
En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$
c) Étudier $\lim_{x \rightarrow +\infty} (h(x) + 2x)$. Que peut-on en conclure quant à une asymptote éventuelle en $+\infty$ à la courbe représentative de la fonction h ?
2. a) On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur $]0 ; +\infty[$.
Montrer que $h'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ et calculer $h'(\alpha)$. Calculer $h(\alpha)$ en arrondissant le résultat à 10^{-1} près (on pourra utiliser la valeur trouvée en A 2. d)).
b) Dresser le tableau de variations de la fonction h sur $]0 ; +\infty[$ et tracer sa courbe représentative et son asymptote dans un repère orthonormé (unité graphique 1 cm).