BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2007

Épreuve :

MATHÉMATIQUES

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE

Spécialité : BIOCHIMIE GÉNIE BIOLOGIQUE

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.

EXERCICE 1 (10 points)

Partie A

Dans un lycée de 1280 élèves, 300 élèves se font vacciner contre la grippe. Pendant l'hiver, il y a une épidémie de grippe et 10 % des élèves contractent la maladie. De plus, 3 % des élèves vaccinés ont la grippe.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant, sans justifier les réponses :

	Nombre d'élèves vaccinés	Nombre d'élèves non vaccinés	TOTAL
Nombre d'élèves ayant eu la grippe			
Nombre d'élèves n'ayant pas eu la grippe			
TOTAL			1 280

Pour les trois questions suivantes, tous les résultats seront arrondis à 0,001 près.

2) On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :
   A : « L'élève a été vacciné » ;
   B : « L'élève a eu la grippe » ;
   C : « L'élève a été vacciné et a eu la grippe » .
   a) Calculer la probabilité des événements A, B et C.
   b) Calculer la probabilité de l'événement $A \cup B$.
3) On choisit au hasard un des élèves vaccinés.
   Calculer la probabilité de l'événement : « L'élève a eu la grippe ».
4) On choisit au hasard un des élèves non vaccinés.
   Calculer la probabilité de l'événement : « L'élève a eu la grippe ».
5) Expliquer pourquoi on peut en déduire que ce vaccin a été efficace pour les élèves de ce lycée.

Partie B

Dès l'apparition des premiers symptômes de l'épidémie, l'infirmière du lycée relève pendant 8 jours le nombre d'élèves malades. Le tableau ci-dessous indique les résultats observés.

Numéro du jour	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves grippés	2	5	9	14	17	23	27	31

1) Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé à cette série statistique.
   On prendra les unités suivantes : - en abscisse : 2 cm pour 1 jour ;
   - en ordonnée : 1 cm pour 2 élèves.
2) Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.
3) On appelle G_1 le point moyen des quatre premiers points de ce nuage et G_2 le point moyen des quatre derniers points.
   a) Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2.
   b) Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique puis tracer la droite (G_1G_2).
   c) Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) sous la forme $y = mx + p$. On donnera les valeurs exactes de m et de p.
4) En utilisant l'équation de la droite (G_1G_2), estimer à partir de combien de jours au moins 5 % des élèves du lycée seront atteints par la grippe.

EXERCICE 2 (10 points)

Partie A

On s'intéresse, lors d'une expérience, à la croissance d'une population de bactéries dont le nombre triple toutes les heures. À l'instant $t = 0$, la population est de 10 germes.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Temps (h)	0	1	2	6	9
Nombre de germes	10				

2) On appelle u_0 le nombre de germes à l'instant $t = 0$
u_1 le nombre de germes à l'instant $t = 1$
u_n le nombre de germes à l'instant $t = n$

a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
b) En déduire la nature de la suite de terme général u_n et donner ses caractéristiques.
c) Écrire u_n en fonction de n.
d) Calculer à partir de quelle heure la population de bactéries atteindra au moins un million de germes.

Partie B

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 , +\infty[$ par $f(t) = 10\,e^{(\ln 3)\,t}$.

1) Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2) a) Déterminer la dérivée f' de la fonction f.
b) Étudier le signe de $f'(t)$ puis en déduire le tableau des variations de f sur $[0 , +\infty[$.
3) a) Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

t	0	1	2	3	4	5
$f(t)$						

b) Tracer dans un repère orthogonal $(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ la courbe représentative de la fonction f.
On prendra pour unités graphiques : - 2 cm pour 1 unité sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 100 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie C

Dans l'étude faite précédemment , la variation de la population bactérienne est modélisée par la solution g définie sur $[0 , +\infty[$ de l'équation différentielle $y' = (\ln 3)\, y$ qui vérifie la condition initiale $g(0) = 10$.

1) Vérifier que la fonction f étudiée dans la partie B est égale à g.
2) Déterminer graphiquement, en faisant apparaître les constructions utiles, l'intervalle de temps pendant lequel la densité bactérienne est inférieure ou égale à 500.