

EXERCICE 1 : (8 points)

Un laboratoire a mis au point un test de dépistage d'une maladie non contagieuse, et souhaite en évaluer l'efficacité. Une étude est alors menée sur une population de 10 000 individus dont on sait que 15% sont touchés par la maladie.

On obtient les résultats suivants :

- 36 individus sont atteints par la maladie et présentent un test négatif
- 0,34% de la population étudiée présente un test positif et n'est pas malade.

1- Recopier et remplir le tableau d'effectifs suivant :

	Individu malade	Individu sain	Total
Test positif			
Test négatif			
Total			10 000

- 2- On note :
- M l'événement: « l'individu est malade. »
 - \overline{M} l'événement: « l'individu est sain. »
 - T_+ l'événement : « le test est positif. »
 - T_- l'événement : « le test est négatif. »

On choisit au hasard une personne de cette population, chaque personne ayant la même probabilité d'être choisie.

Les résultats des probabilités seront donnés sous forme décimale exacte.

- Calculer la probabilité $p(M)$ de l'événement M , puis la probabilité $p(T_+)$ de l'événement T_+
- Définir à l'aide d'une phrase l'événement $M \cap T_+$ et l'événement $M \cup T_+$, et calculer la probabilité de chacun d'entre eux.

3- On choisit au hasard un individu malade, chaque individu malade ayant la même probabilité d'être choisi.

Quelle est la probabilité p que son test soit négatif ?

4- *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

En conclusion de l'étude, le test est déclaré efficace lorsque moins de 3% des individus malades présentent un test négatif, et que plus de 97% des individus sains présentent un test négatif. Ce test sera-t-il déclaré efficace ?

EXERCICE 2 : (12 points)

Partie A : Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par :

$$f(t) = 67 - \frac{300}{e^{0,18t} + 5}$$

1. a) Déterminer la limite de la fonction f lorsque t tend vers $+\infty$
 b) Que peut-on en déduire pour la représentation graphique de la fonction f ?
2. Soit f' la dérivée de la fonction f , définie sur $[0; +\infty[$
 a) Calculer $f'(t)$ et démontrer que pour tout réel t positif ou nul:

$$f'(t) = \frac{54 e^{0,18t}}{(e^{0,18t} + 5)^2}$$

- b) Déterminer le signe de $f'(t)$
 c) En déduire le tableau de variations de la fonction f .
3. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de $f(t)$ seront arrondies à 0,1 près) :

t	0	3	5	8	10	12	14	17	20	24	28
$f(t)$	17						49,8		59,8		

4. Construire la courbe représentative (C) de la fonction f dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 2 unités en abscisses et 1 cm pour 10 unités en ordonnées).

Partie B : Application

Pour préserver l'environnement, les français trient depuis de nombreuses années leurs déchets, en particulier le verre. Le tableau suivant donne l'évolution depuis 1985 du taux de recyclage du verre en France exprimé en pourcentage :

Année	1985	1990	1995	1999	2005
Taux de recyclage du verre (en %)	16,7	26,8	39,5	49,7	59,7

Source INSEE

On admet que la fonction f de la partie A modélise de façon satisfaisante le taux (exprimé en pourcentage) de recyclage du verre en France lorsque t représente le nombre d'années qui s'écoulent depuis l'année 1985 (année qui correspond donc à $t = 0$).

Répondre aux questions suivantes en utilisant la fonction f .

1. Calculer le taux de recyclage du verre en France pour l'année 2011 (on arrondira le résultat à 0,1 % près).
2. a) Déterminer par le calcul l'année ou le taux de recyclage du verre en France sera de 62,6%.
 b) Vérifier graphiquement le résultat précédent, en faisant apparaître sur le graphique de la partie A les traits de construction utiles.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Selon le modèle précédent, le taux de recyclage du verre en France sera-t-il un jour de 70 % ? Justifier votre réponse.