

**La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée
Le formulaire officiel est autorisé**

**Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision
des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des
copies.**

SUJET SORTI

EXERCICE 1 : (5 points)

Le plan P est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 4cm.

1. a) Résoudre dans l'ensemble C des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$$
 Donner les solutions sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
- b) Représenter dans le plan P, les points A d'affixe $\sqrt{3} - i$ et B d'affixe $\sqrt{3} + i$.
- c) Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.
2. On considère l'application R de P dans P qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' telle que : $z' = e^{i\pi/4} z$.
 - a) Caractériser géométriquement l'application R.
 - b) Placer le point A' image du point A par R.
 - c) Calculer sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique l'affixe du point A'.
 - d) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

EXERCICE 2 : (5 points)

Soit l'équation différentielle : $y'' + 10^4 \pi^2 y = 0$, où y est une fonction de la variable t , et y'' sa dérivée seconde.

1. Résoudre cette équation différentielle.
2. Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
Déterminer la fonction f solution de cette équation différentielle telle que :
 - La courbe représentative de f passe par le point A de coordonnées $(0 ; 1)$
 - La tangente à cette courbe en A a pour coefficient directeur -100π

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE			
COEFF : 4	SESSION 2005	DURÉE : 4 HEURES	OPTIONS : TOUTES
PHYSIQUE DE LABORATOIRE ET DE PROCÉDÉS INDUSTRIELS		ÉPREUVE :	MATHÉMATIQUES
CODE : 5MAPLME1		PAGE 1/3	

3. Vérifier que, pour tout réel t : $f(t) = \sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$.
4. Déterminer la valeur moyenne μ de f sur l'intervalle $\left[0; \frac{1}{50}\right]$.
5. Calculer la valeur efficace de la fonction f sur cet intervalle, c'est-à-dire le nombre réel positif I défini par :

$$I^2 = 50 \int_0^{\frac{1}{50}} [f(t)]^2 dt$$

PROBLÈME : (10 points)

PARTIE A : Étude d'une fonction :

On considère la fonction f définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par :

$$f(x) = 2 - \frac{(x-2)}{5} e^x$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$, d'unité graphique 2 cm.

1.
 - a) Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
 - b) Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.
 - c) En déduire l'équation d'une droite \mathcal{L} asymptote à la courbe \mathcal{C} .
 - d) Calculer les coordonnées du point d'intersection A de la droite \mathcal{L} et de la courbe \mathcal{C} .
 - e) Déterminer la position relative de la courbe \mathcal{C} par rapport à la droite \mathcal{L} .
2.
 - a) Calculer $f'(x)$.
 - b) Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f sur \mathbb{R} .
3. Donner une équation de la tangente \mathcal{T} à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
4.
 - a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution x_0 sur $[2; 3]$.
 - b) Donner un encadrement de x_0 à 10^{-2} près.
5. Tracer sur un même graphique la droite \mathcal{L} , la tangente \mathcal{T} et la courbe \mathcal{C} .

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE			
COEFF : 4	SESSION 2005	DURÉE : 4 HEURES	OPTIONS : TOUTES
PHYSIQUE DE LABORATOIRE ET DE PROCÉDÉS INDUSTRIELS		ÉPREUVE :	MATHÉMATIQUES
CODE : 5MAPLME1			PAGE 2/3

PARTIE B : Calcul d'aire

1. On considère la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \frac{(x-3)}{5} e^x$.
- a) Calculer $g'(x)$.
 - b) En déduire une primitive de f sur \mathbb{R} .
2. a) Hachurer sur le graphique le domaine délimité par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.
- b) Calculer l'aire de la partie hachurée.
Donner la valeur exacte en cm^2 , puis la valeur arrondie à 10^{-2} près.

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE : SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LABORATOIRE			
COEFF : 4	SESSION 2005	DURÉE : 4 HEURES	OPTIONS : TOUTES
PHYSIQUE DE LABORATOIRE ET DE PROCÉDÉS INDUSTRIELS		ÉPREUVE :	MATHÉMATIQUES
CODE : SMAPLME1			PAGE 3/3