SUJET SORTI

SESSION 2006

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies Tertiaires

Action et Communication Administratives
Action et Communication Commerciales

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Le candidat doit traiter les deux exercices.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Le sujet nécessite 1 feuille de papier millimétré.

Ce sujet comporte 4 pages (celle-ci y compris)

Exercice 1 (10 points)

Un distributeur d'accès à Internet a mené une enquête auprès de ses abonnés pour étudier, en fonction de leur âge, la durée moyenne de connexion en fin de semaine.

On note f la fonction représentant la durée moyenne de connexion (exprimée en minutes) en fonction de l'âge x (exprimé en années).
La courbe C donnée en annexe 1 est la représentation graphique de la fonction f.

Partie A : étude graphique

1) **a)** Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 450$.

On fera apparaître les traits de construction pour justifier la réponse.

b) Que signifie pour le distributeur d'accès à Internet la réponse à la question 1)a) ?

2) **a)** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 180$.
On ne demande pas de justification.

b) Que signifie pour le distributeur d'accès à Internet la réponse à la question 2)a) ?

3) Quelle est la tranche d'âge des internautes qui se connectent au moins 6 heures ?
On ne demande pas de justification.

Partie B : étude de la fonction f

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle [5 ; 75] par :

$$f(x) = 0{,}016x^3 - 1{,}92x^2 + 57{,}6x + 50.$$

1) **a)** Calculer $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [5 ; 75], où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f.

b) Vérifier, en développant et en détaillant les calculs, que :
pour tout x de l'intervalle [5 ; 75], $f'(x) = 0{,}048(x-20)(x-60)$.

c) Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle [5 ; 75].

d) Etablir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle [5 ; 75].

2) En déduire :

a) la durée maximale de connexion (en heures et minutes) ainsi que l'âge des internautes qui se connectent le plus longtemps.

b) la durée minimale de connexion (en minutes) ainsi que l'âge des internautes qui se connectent le moins longtemps.

Exercice 2 (10 points)

Ce même distributeur d'accès à Internet décide d'étudier l'évolution du nombre de ses abonnés de 1999 à 2005.

Partie A

Il a relevé dans le tableau ci-dessous l'évolution du nombre de ses abonnés en milieu urbain.

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre y_i d'abonnés en millions	0,5	3	6	8,4	12,1	15	18

1) *Représenter le nuage de points* A_i *de coordonnées* $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal d'unités :

- 1 cm pour une année en abscisse. On graduera l'axe jusqu'à 12.
- 1 cm pour 1 million d'abonnés en ordonnée. On graduera l'axe jusqu'à 27.

2) Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique.

3) On choisit pour ajustement affine du nuage la droite D passant par G et de coefficient directeur égal à 3.

- **a)** *Montrer que D a pour équation :* $y = 3x - 3$
- **b)** *Construire la droite D sur le graphique précédent.*

4) On suppose que le nombre d'abonnés évolue en suivant cet ajustement.

- **a)** Déterminer par un calcul une estimation des abonnés en 2007 et vérifier la réponse *graphiquement par un tracé en pointillés.*
- **b)** Déterminer par un calcul à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 32 millions.

Partie B

Après une étude, le distributeur constate que le nombre d'abonnés en milieu rural correspond à une suite géométrique dont le premier terme, correspondant à l'année1999, est u_1 = 9000 et la raison est q = 1,8 (on désigne par u_n le nombre d'abonnés l'année de rang n).

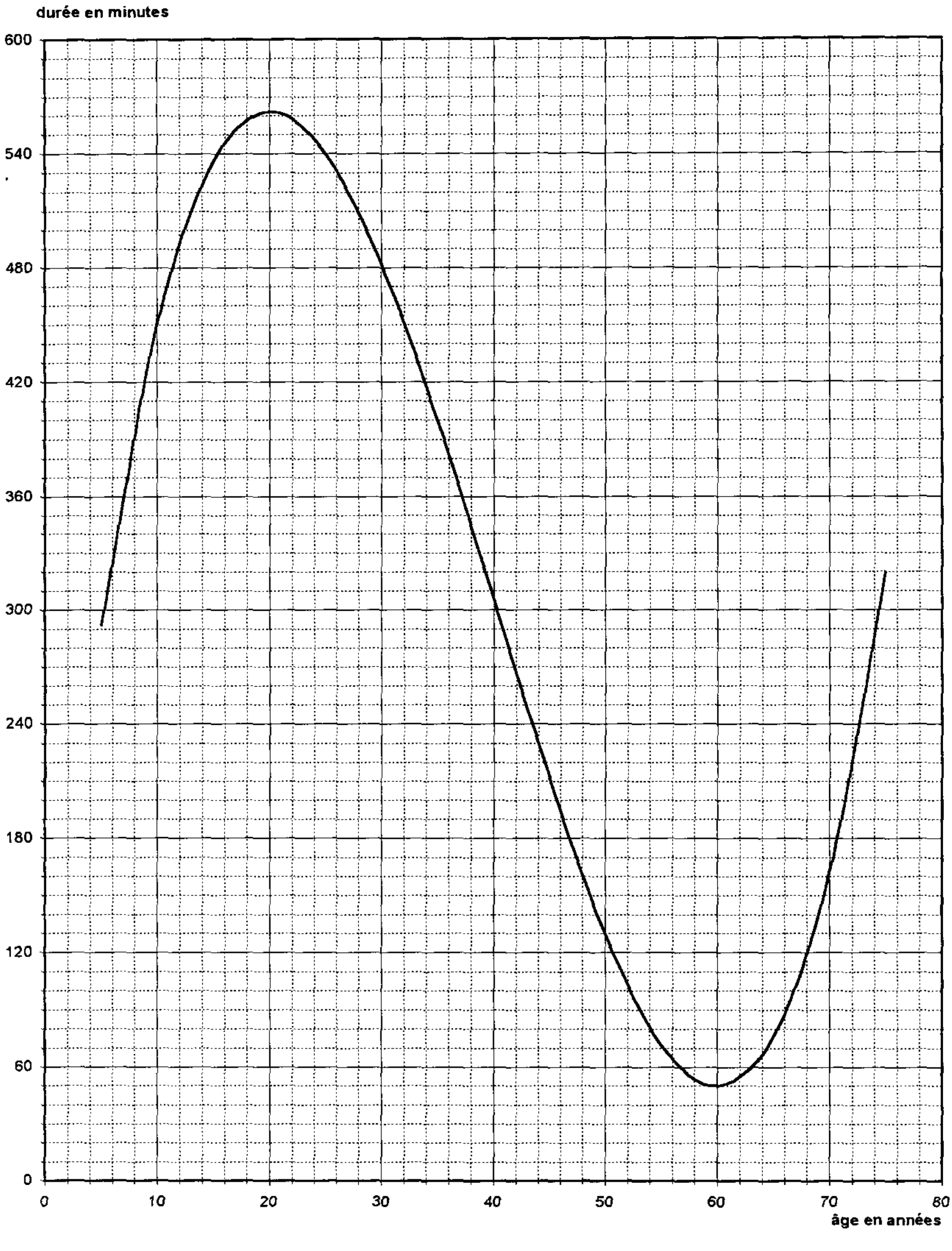
1) **a)** *Vérifier qu'en 2000, le nombre d'abonnés* $u_2 = 16200$.
b) Calculer u_3 et u_4. On arrondira à l'entier le plus proche, si nécessaire.
c) Exprimer u_n en fonction de n.

2) Déterminer à l'aide de la calculatrice à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 32 millions ? *On indiquera la méthode utilisée.*

3) En utilisant la partie A et la partie B, déterminer dans quel milieu (rural ou urbain) les 32 millions d'abonnés seront dépassés en premier.

– A rendre avec la copie –

ANNEXE 1



6 MATAME1

BACCALAURÉAT, SÉRIE STT

SPÉCIALITÉS action et communication administratives
action et communication commerciales

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$a^{x+y} = a^x a^y$

IV. ANALYSE

A. *DÉRIVÉES DES FONCTIONS USUELLES*

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
x^n, $n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\dfrac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$

B. *OPÉRATIONS SUR LES DÉRIVÉES*

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$