La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Le formulaire officiel est autorisé.

Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 : (9 points)

Dans un lycée de 1 200 élèves, chaque élève étudie, comme première langue, l'allemand, l'anglais ou l'espagnol. Les élèves sont internes, externes ou demi-pensionnaires.
La répartition de l'ensemble des élèves est la suivante :

- 15 % étudient l'allemand en première langue et, parmi ceux-là, le tiers est demi-pensionnaire;
- 75 % étudient l'anglais en première langue et, parmi eux, 16 % sont internes ;
- parmi les élèves étudiant l'espagnol en première langue, aucun n'est interne et 20 sont externes.

1. Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau suivant :

	Nombre d'externes	Nombre de demi-pensionnaires	Nombre d'internes	Total
ALLEMAND				
ANGLAIS	216			
ESPAGNOL				
Total	300			1 200

2. ***Dans cette question et les suivantes, les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.***
On prend, au hasard, un élève parmi les 1 200 élèves du lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :
   - A : "l'élève est demi-pensionnaire" ;
   - B : "l'élève apprend l'anglais comme première langue vivante" ;
   - C : "l'élève apprend l'espagnol ou l'allemand comme première langue vivante ".

   a) Déterminer la probabilité de chacun des événements A, B et C.

   b) Décrire, à l'aide d'une phrase, l'événement $A \cap B$. Calculer la probabilité de cet événement.

   c) Déduire des questions précédentes, la probabilité de l'événement $A \cup B$.

3. On choisit au hasard un élève parmi les externes. Calculer alors la probabilité pour que cet élève apprenne l'espagnol comme première langue vivante.

4. Sachant qu'un élève choisi apprend l'allemand comme première langue vivante, quelle est la probabilité pour qu'il soit externe ?

EXERCICE 2 : (11 points)

Une entreprise fabrique et commercialise un produit. Sa capacité de production, sur un mois, lui permet de réaliser entre 0 et 13 tonnes de ce produit. On désigne par x le nombre de tonnes de produit fabriqué par l'entreprise en un mois.
Le coût de production, exprimé en milliers d'euros, est donné par : $C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x$.
Cette entreprise vend l'intégralité de ce qu'elle produit au prix de 36,75 milliers d'euros la tonne.
La recette, pour x tonnes produites, est notée $R(x)$, exprimée en milliers d'euros.
On donne en annexe la représentation graphique $\mathscr{C}$ de la fonction C sur l'intervalle [0 ;13].
Unités graphiques : 1 cm pour 1 tonne en abscisse et 2 cm pour 100 milliers d'euros en ordonnée.

PARTIE A :

1. Calculer la recette, en milliers d'euros, pour une production de 3 tonnes puis de 10 tonnes.

2. Donner l'expression de $R(x)$ en fonction de x et représenter la fonction R dans le repère donné en annexe. **(Cette annexe est à rendre avec la copie)**

3. Dans cette question, les tracés nécessaires aux déterminations graphiques devront figurer sur le schéma.

   a) Déterminer graphiquement l'intervalle auquel doit appartenir x pour que l'entreprise réalise un bénéfice.

   b) Déterminer graphiquement un intervalle de longueur 1 dans lequel se situe la valeur de x permettant d'obtenir un bénéfice maximum.

PARTIE B :

Dans cette partie, on se propose de déterminer plus précisément cette valeur de x permettant d'obtenir un bénéfice maximum (cf. question **3. b)** précédente).

1. On désigne par $B(x)$ le bénéfice réalisé pour x appartenant à l'intervalle [5 ; 10].
   Montrer que $B(x) = -x^3 + 15x^2 - 38{,}25x$.

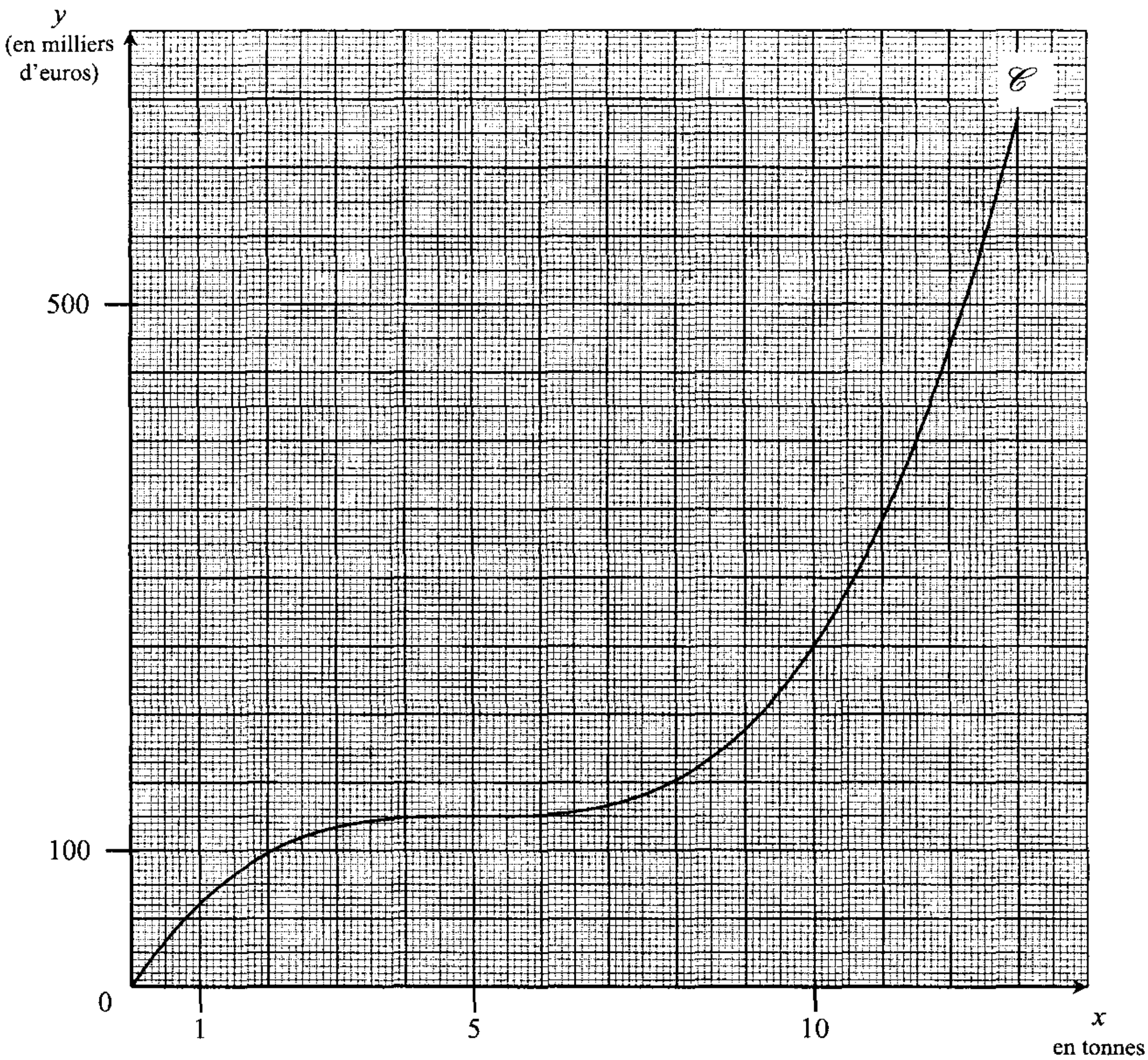
2. Calculer $B'(x)$ où B' désigne la dérivée de la fonction B.
   Montrer que $B'(x) = 3(x - 1{,}5)(8{,}5 - x)$.

3. Préciser le signe de $B'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle [5 ; 10] et dresser le tableau de variations de la fonction B sur cet intervalle.

4. Quelle est la valeur de x qui assure un bénéfice maximum ? Quelle est alors la valeur de ce maximum en milliers d'euros ?

ANNEXE
À REMETTRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 2 : Représentation graphique $\mathscr{C}$



BACCALAURÉAT, SÉRIE STT

SPÉCIALITÉS action et communication administratives
action et communication commerciales

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$a^{x+y} = a^x a^y$

IV. ANALYSE

A. *DÉRIVÉES DES FONCTIONS USUELLES*

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\dfrac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$

B. *OPÉRATIONS SUR LES DÉRIVÉES*

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$