

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE
SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

Action et Communication administratives

Action et Communication commerciales

MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 2

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

A ce sujet sont jointes deux feuilles de papier millimétré.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Exercice 1 (sur 8 points)

Dans une entreprise fabriquant de l'électroménager, le coût de production unitaire (exprimé en euros) pour x centaines de machines à laver produites est donné par la fonction C définie par :

$$C(x) = \frac{300x + 200}{5x + 2} \text{ pour } x \in [1 ; 10].$$

1/ Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les valeurs arrondies au dixième d'euro près.

x	1	2	3	4	5	10
$C(x)$						

2/ a/ Vérifier, en détaillant les calculs que :

$$C'(x) = -\frac{400}{(5x + 2)^2} \text{ pour } x \in [1 ; 10],$$

où C' désigne la fonction dérivée de la fonction C .

b/ Etudier le signe de $C'(x)$ pour x élément de $[1 ; 10]$. En déduire sur l'intervalle $[1 ; 10]$ le tableau de variations de C .

3/ Tracer la représentation graphique de la fonction C dans un repère orthogonal. On prendra 1 cm pour unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour unité sur l'axe des ordonnées, en commençant à 60 euros.

4/ La direction de l'entreprise a fixé comme objectif à la production des machines à laver de ne pas dépasser un coût unitaire de 62 euros.

a/ Déterminer graphiquement à partir de combien de machines à laver produites l'objectif de la direction est atteint. Cette lecture devra être justifiée par un tracé en pointillé.

b/ Déterminer par un calcul à partir de combien de machines à laver produites l'objectif de la direction est atteint.

Exercice 2 (sur 12 points)

Dans une entreprise industrielle créée en 1970, on étudie l'évolution tous les 5 ans (au 31 décembre) du nombre d'intérimaires travaillant dans cette entreprise et de la proportion qu'ils représentent par rapport au nombre total de travailleurs de l'entreprise.

Partie A

L'évolution du nombre d'intérimaires travaillant dans cette entreprise le 31 décembre est donnée par le tableau suivant :

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang x	1	2	3	4	5	6	7	8
Nombre y	15	30	55	80	105	130	165	180

1/ Représenter le nuage de points de coordonnées $(x ; y)$ associé aux données du tableau dans un repère orthogonal. On choisira sur l'axe des abscisses 2 cm pour une unité et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour 10 intérimaires.

2/ Expliquer pourquoi ce nuage de points peut être ajusté par une droite.

3/ a/ Déterminer les coordonnées du point moyen G_1 des quatre premiers points (d'abscisses respectives : 1 ; 2 ; 3 ; 4) et celles du point moyen G_2 des quatre autres points.

b/ Placer G_1 et G_2 sur le graphique et tracer la droite (G_1G_2) .

c/ Montrer qu'une équation de la droite (G_1G_2) est : $y = 25x - 17,5$.

4/ On choisit la droite (G_1G_2) comme droite d'ajustement du nuage.

a/ Déterminer graphiquement, en faisant apparaître tous les tracés utiles, le nombre prévisible d'intérimaires dans cette entreprise le 31 décembre 2010.

b/ Trouver par le calcul le résultat du a/.

Partie B

On estime que le pourcentage des intérimaires par rapport au nombre total de personnes travaillant dans cette entreprise est donné par la fonction p définie par :

$$p(x) = 0,6 (1,7)^x, \text{ pour } x \in [1 ; 10].$$

1/ Recopier et compléter le tableau ci-dessous. Donner les pourcentages ainsi calculés à 10^{-1} près.

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Rang x	1	2	3	4	5	6	7	8
Pourcentage $p(x)$	1			5		14,5		41,9

2/ A l'aide des deux tableaux précédents, recopier et compléter le tableau ci-dessous :

Année	1970	1975	1980	1985	1990	1995	2000	2005
Nombre total de travailleurs		1765	1897		1235		671	

3/ Au 31 décembre 2010, si on estime que le nombre d'intérimaires sera de 208 et que le pourcentage de ceux-ci par rapport au nombre total de personnes travaillant dans cette entreprise sera encore donné par la fonction $p(x)$, calculer quel serait alors le nombre de salariés non intérimaires de cette entreprise.

BACCALAURÉAT, SÉRIE STT
SPÉCIALITÉS action et communication administratives
action et communication commerciales
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) ; \quad P(\Omega) = 1 ; \quad P(\emptyset) = 0$$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

$$\text{Si } b \neq 1, \quad S_n = 1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

$$\text{Si } b = 1, \quad S_n = n + 1$$

B. IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^{x+y} = a^x a^y$$

IV. ANALYSE

A. DÉRIVÉES DES FONCTIONS USUELLES

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$

B. OPÉRATIONS SUR LES DÉRIVÉES

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$