BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies Tertiaires

Action et Communication Administratives
Action et Communication Commerciales

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 2 heures — Coefficient : 2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Le candidat doit traiter les deux exercices.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Le sujet nécessite 1 feuille de papier millimétré.

Ce sujet comporte 5 pages (celle-ci y compris)

EXERCICE 1 (sur 8 points)

Un opérateur de radiotéléphonie est amené chaque année à réaliser des investissements considérables pour améliorer et étendre son réseau. Le tableau suivant donne les investissements réalisés par cet opérateur de 1998 à 2002, ainsi que le nombre d'abonnés obtenu :

ANNEES	1998	1999	2000	2001	2002
Investissement x_i en milliards d'euros	1	1,1	1,2	1,3	1,4
Nombre d'abonnés y_i en milliers	90	100	105	110	112

1) Représenter le nuage de points M_i (x_i ; y_i) dans un repère orthogonal d'unités graphiques 2 cm pour 0,1 milliard d'euros en abscisses, et 5 cm pour 10 milliers d'abonnés en ordonnées. On commencera la graduation de l'axe des abscisses à 1 et celle des ordonnées à 80.

2) Madame Armand propose d'ajuster le nuage par la droite d d'équation $y = 50x + 45$. Vérifier que cette droite passe par les points A (1,1 ; 100) et B (1,3 ; 110).

3) Madame Pons propose d'ajuster le nuage par la courbe représentative C de la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 1,6] par $f(x) = a - \frac{b}{x}$

   a) Sachant que cette courbe passe par les points A et B, montrer que a = 165 et que b = 71,5.

   b) Compléter, après l'avoir recopié sur votre copie, le tableau suivant (arrondir les valeurs f(x) à l'unité).

x	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
f(x)		100					

   Tracer la courbe C sur le graphique précédent.

4) En 2003, l'opérateur a augmenté ses investissements de 0,2 milliards d'euros. Le nombre d'abonnés observé a été de 118 000.

   a) Calculer l'estimation du nombre d'abonnés en 2003 avec chacun des modèles proposés par Madame Armand et Madame Pons.

   b) En considérant la valeur effectivement observée en 2003, quel modèle vous paraît le plus approprié ?

EXERCICE 2 (sur 12 points)

Les trois parties A, B et C sont indépendantes.

PARTIE A

Une boîte de petits fours contient 50 gâteaux, qui sont chocolatés ou meringués ; par ailleurs ils sont soit de forme carrée, soit de forme ronde. Dans cette boîte, il y a 30 % de petits fours chocolatés, et parmi ceux-ci, 10 petits fours sont carrés. De plus 60 % des gâteaux de la boîte sont ronds.

1) Compléter le tableau suivant, après l'avoir recopié sur votre copie. On ne demandera pas de justifier les calculs.

	Petits fours ronds	Petits fours carrés	TOTAL
Petits fours chocolatés			
Petits fours meringués			
TOTAL			50

A l'occasion d'un goûter, un enfant choisit au hasard un petit four de la boîte. Chaque petit four a la même probabilité d'être choisi.

2) Calculer la probabilité des événements suivants :

A : "L'enfant a choisi un petit four carré".
B : "L'enfant a choisi un petit four meringué".
C : "L'enfant a choisi un petit four carré **et** meringué".
D : "L'enfant a choisi un petit four carré **ou** meringué".

3) L'enfant a choisi un petit four rond. Chaque petit four rond a la même probabilité d'être choisi. Quelle est alors la probabilité que ce petit four soit chocolaté ?
On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

PARTIE B

Une entreprise fabrique et vend ce type de boîtes de petits fours. Le prix de vente d'une centaine de boîtes de petits fours est fixé à 450 euros. La production mensuelle varie de 20 à 150 centaines de boîtes.

1) On note $R(x)$ la recette en euros, obtenue pour la vente de x centaines de boîtes de petits fours (où R est une fonction définie sur $[20 ; 150]$). Exprimer $R(x)$ en fonction de x.

2) Le coût total de production de x centaines de boîtes de petits fours est donné en euros par la fonction C définie par $C(x) = 6x^2 - 246x + 5184$, x étant un réel de l'intervalle $[20 ; 150]$.
   On donne, en annexe 1 **à joindre à la copie**, les courbes C_1 et C_2.

   a) Préciser à l'aide de l'annexe 1 la courbe représentant la fonction R et la courbe représentant la fonction C.

   b) Déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles l'entreprise réalise un bénéfice (justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

   c) Déterminer graphiquement le bénéfice maximal que peut réaliser l'entreprise et la valeur de x correspondante (justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

3)
   a) Montrer que le bénéfice en euros, réalisé par l'entreprise est donné pour la fonction B définie par :
   $B(x) = -6x^2 + 696x - 5184$.

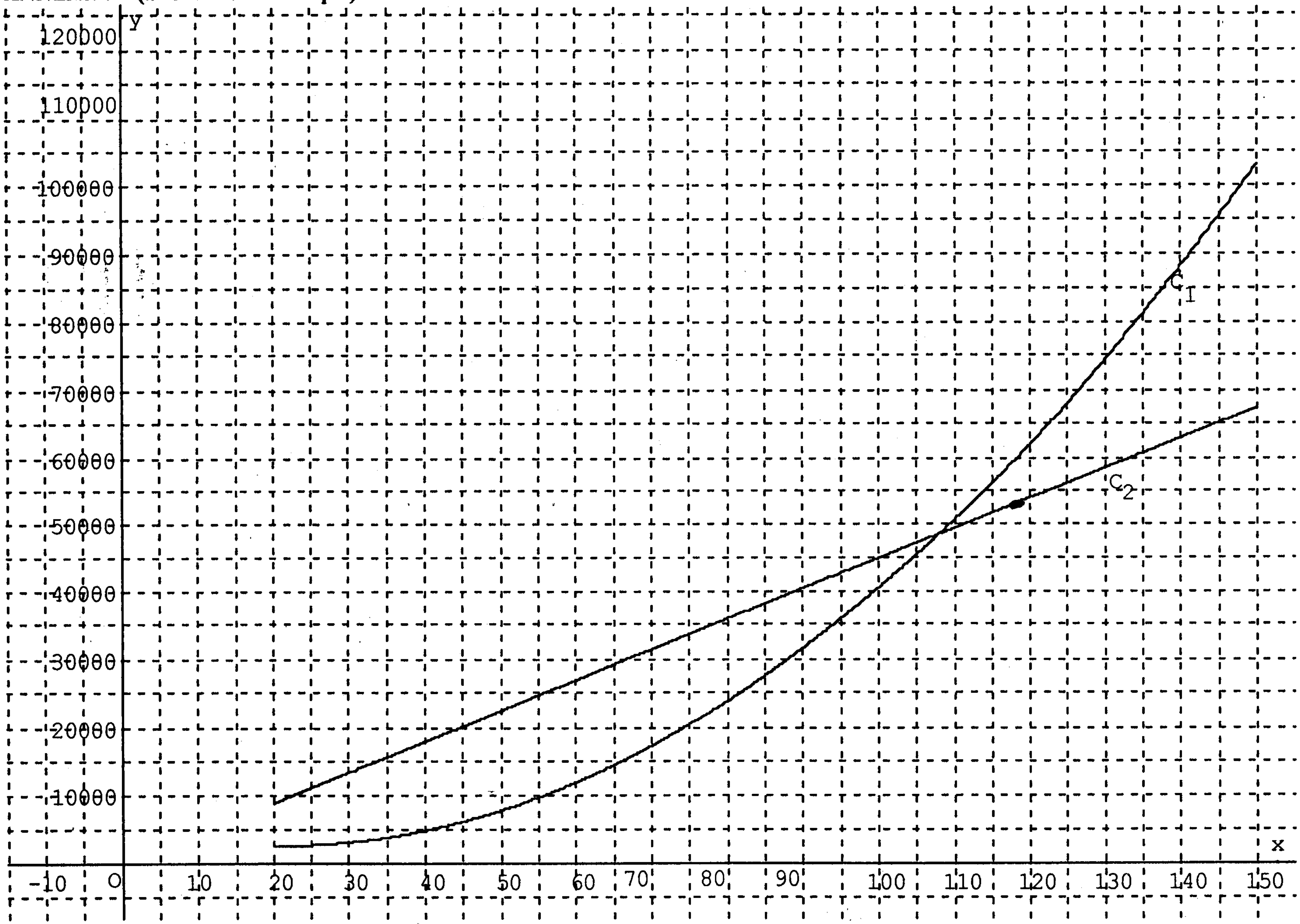
   b) Déterminer la fonction dérivée B' de la fonction B sur l'intervalle $[20 ; 150]$; étudier son signe. Etablir le tableau de variations de la fonction B.

   c) En déduire la valeur de x pour laquelle le bénéfice est maximal, ainsi que ce bénéfice maximal. Ces résultats sont-ils cohérents avec ceux de la question 2-c ? Justifier.

PARTIE C

En décembre 2003, l'entreprise a réalisé un bénéfice de 15 000 euros sur la vente de ces boîtes de petits fours. Elle décide, pour aider une association s'occupant d'enfants handicapés, de placer cette somme, à intérêts composés, pendant deux ans à compter du 1 janvier 2004, au taux **mensuel** de 0,4 %.
Quel sera le montant disponible pour l'association au terme de la période de deux ans, c'est à dire au 1 janvier 2006 ? Justifier votre réponse.

ANNEXE 1 (à rendre avec la copie)



BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2004

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures – Coefficient 4

Fournir du papier millimétré au candidat

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices et du formulaire officiel est autorisé.

Exercice n°1 (4 points)

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits génériques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu, 20 clients sont satisfaits des deux produits, 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1°) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	Satisfaites de A	Non satisfaites de A	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2°) On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse, la probabilité que ce client soit :

a) satisfait de B ;
b) satisfait de A seulement ;
c) non satisfait des deux produits ;
d) satisfait d'un seul produit ;
e) satisfait d'au moins un produit.

Exercice n°2 (6 points)

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

1°) Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i arrondies au centième près.

2°) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i\,;\,y_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).

3°) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

4°) Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation : $y = \frac{1}{2}x + 1$.

Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.

5°) Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = e^{1+\frac{1}{2}x_i}$$

6°) Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

Problème (10 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]\,0\,;+\infty\,[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

1°) a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe (C).

b) En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln(x))$, déterminer la limite de f en 0.
En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe (C).

2°) a) Montrer que la dérivée de f sur $]\,0\,;+\infty\,[$ est définie par : $f'(x) = -\frac{\ln(x)}{x^2}$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

3°) a) Résoudre sur $]\,0\,;+\infty\,[$ l'équation $f(x) = 0$.

b) Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième) :

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

c) Représenter la courbe (C) en prenant 2 cm pour unité graphique.

4°) a) Soit la fonction F définie sur $]\,0\,;+\infty\,[$ par $F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}[\ln(x)]^2$
Montrer que F est une primitive de f sur $]\,0\,;+\infty\,[$.

b) Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ et $x = 1$.

c) Calculer, en cm^2, l'aire de la partie hachurée.