

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

Sciences et Technologies Tertiaires

Action et Communication Administratives  
Action et Communication Commerciales

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 2 heures

Coefficient : 2

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet,  
que toutes les pages sont imprimées.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

Le candidat doit traiter les deux exercices.

Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction  
dans l'appréciation des copies.

*Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.*

Le sujet nécessite 1 feuille de papier millimétré.

Ce sujet comporte 4 pages (celle-ci y compris)

## EXERCICE 1 (sur 8 points)

Le tableau ci-dessous donne la CSP (catégorie socioprofessionnelle) de 6 022 fils en fonction de celle de leurs pères.

Par exemple, on peut lire, 3 fils dont le père appartient à la CSP "Cadre supérieur et profession libérale" sont "Agriculteurs" ; d'autre part, 1 911 fils sont ouvriers.

		CSP du fils						Ensemble
		Agriculteur	Artisan, commerçant, chef d'entreprise	Cadre supérieur et profession libérale	Profession intermédiaire	Employé	Ouvrier	
CSP du père	Agriculteur	258	81	108	153	84	365	1 049
	Artisan, commerçant, chef d'entreprise	14	246	180	168	56	167	831
	Cadre supérieur et profession libérale	3	54	266	104	42	34	503
	Profession intermédiaire	5	56	225	190	61	97	634
	Employé	1	49	148	215	74	180	667
	Ouvrier	19	204	228	568	251	1 068	2 338
	Ensemble	300	690	1 155	1 398	568	1 911	6 022

D'après source INSEE.

On exprimera les probabilités sous la forme d'un nombre décimal arrondi au centième.

**Les deux parties sont indépendantes.**

### PARTIE A

- 1) On choisit un fils au hasard parmi les 6 022. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
  - a) Quel est le nombre de fils agriculteurs dont le père est agriculteur ?
  - b) Vérifier que le nombre de fils appartenant à la même CSP que le père est 2 102.  
En déduire la probabilité  $P_1$  que la CSP du fils soit la même que celle du père.
  
- 2) On choisit un fils dont le père est agriculteur. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
  - a) Quelle est la probabilité  $P_2$  qu'il soit agriculteur ?
  - b) Commenter le résultat  $P_2 < P_1$ .

- 3) On choisit un fils agriculteur. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.
- Quelle est la probabilité  $P_3$  que son père soit agriculteur ?
  - Commenter ce résultat.

### **PARTIE B**

On choisit un fils au hasard parmi les 6 022. Chaque fils a la même probabilité d'être choisi.

On considère les deux événements :

A : "La CSP de son père est Profession intermédiaire".

B : "La CSP du fils est Cadre supérieur et profession libérale".

- Traduire par une phrase les événements  $A \cap B$  et  $A \cup B$ .
- Calculer les probabilités  $P(A)$ ,  $P(B)$  et  $P(A \cap B)$ . En déduire le calcul de  $P(A \cup B)$ .

## EXERCICE 2 (sur 12 points)

Une entreprise fabrique mensuellement une quantité de 0 à 80 tonnes de produit chimique. Le coût de la fabrication de  $x$  tonnes, exprimé en centaines d'euros, est donné par la fonction  $C$  définie par :

$$C(x) = 0,01 x^3 - 1,05 x^2 + 37 x + 40$$

Chaque tonne est vendue 19 centaines d'euros.

- 1) Calculer, en euros, le coût de fabrication, la recette et le bénéfice correspondant à 40 tonnes.
- 2) Calculer  $C'(x)$  pour  $x$  compris entre 0 et 80 (où  $C'$  est la fonction dérivée de la fonction  $C$ ) et vérifier que  $C'(x) = 0,03((x - 35)^2 + \frac{25}{3})$ .  
En déduire que la fonction  $C$  est croissante sur  $[0 ; 80]$ .

3)

- a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

$x$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$C(x)$		315							

- b) La recette est exprimée en centaines d'euros par la fonction  $R$  définie par  $R(x) = 19x$ . Tracer la représentation graphique de  $C$  et de  $R$  dans un même repère orthogonal.

Unité sur l'axe des abscisses : 2 cm pour 10 tonnes.

Unité sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 100 centaines euros.

- 4) Déterminer graphiquement à partir de quelle quantité l'entreprise réalise un bénéfice. Justifier en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles).

5)

- a) Montrer que le bénéfice mensuel en centaines d'euros, est donné par la fonction  $B$  définie par :

$$B(x) = -0,01 x^3 + 1,05 x^2 - 18 x - 40$$

- b) Montrer que  $B'(x) = (-0,03 x + 0,3)(x - 60)$  où  $B'$  est la fonction dérivée de la fonction  $B$ .

- c) A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de  $B'(x)$  sur  $[0 ; 80]$ .

- d) En déduire le tableau de variations de la fonction  $B$  sur  $[0 ; 80]$ .

6)

- a) Déduire de la question précédente, le nombre de tonnes que doit vendre l'entreprise pour que son bénéfice mensuel soit maximal. Justifier.

Que vaut alors ce bénéfice en euros ?

- b) Comment retrouver ces deux résultats par lecture graphique ? Justifier la réponse en faisant apparaître sur le graphique tous les tracés utiles.