06t47-1

SUJET SORTI

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2005

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures – Coefficient 4

Les annexes 1 et 2 sont à rendre avec à copie.

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices et du formulaire officiel est autorisé.

EXERCICE 1 (5 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$.

On considère la figure représentée en annexe 1 et on appelle Δ la partie hachurée, **bords compris.**
On admettra que :

la droite (CD) a pour équation $y = 40 - x$, et que la droite (AD) a pour équation $y = -\frac{5}{3}x + 50$.

Une entreprise veut faire transporter par bateaux au moins 300 véhicules et 400 tonnes de matériel.
Le transporteur maritime auquel elle s'adresse dispose :

- de 30 bateaux de type A, susceptibles chacun de transporter 10 véhicules et 10 tonnes de matériel ;
- de 35 bateaux de type B, susceptibles chacun de transporter 6 véhicules et 10 tonnes de matériel.

On note x le nombre de bateaux de type A et y le nombre de bateaux de type B à affréter pour effectuer ce transport.

1. a. Traduire les informations ci-dessus par un système d'inéquations.
   b. Montrer que ce système caractérise la partie Δ.

2. Le coût d'affrètement d'un bateau de type A est de 10 000 € et celui d'un bateau de type B de 7 500 €.
   Soit C le coût total d'affrètement de x bateaux A et y bateaux B.

   a. Exprimer C en fonction de x et de y.
   b. Déterminer une équation de la droite (d) correspondant à un coût total de 450 000 € et représenter (d) dans la figure tracée sur l'annexe 1.
   c. Déterminer graphiquement le couple d'entiers $(x\ ;\ y)$ qui permet d'assurer le transport pour un coût minimum et calculer ce coût. On justifiera la démarche.

<u>EXERCICE 2</u> (5 points)

Dans un pays tropical, une région agricole compte 100 000 agriculteurs qui produisent soit du coton, soit du café, soit des fruits et légumes selon la répartition suivante :

- 42 % des agriculteurs produisent du coton,
- 19 % produisent du café,
- 39 % produisent des fruits et légumes.

De plus :

- 75 % des agriculteurs travaillent pour l'exportation, les autres pour la consommation locale.
- 86 % des producteurs de coton et tous les producteurs de café travaillent pour l'exportation.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Production / Destination	Coton	Café	Fruits et légumes	Total
Exportation				
Consommation locale				
Total				100 000

Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies si nécessaire à 10^{-4}.

2. On choisit au hasard un agriculteur de cette région et on considère les événements :
   C : " il produit du coton " ;
   E : " il travaille pour l'exportation ".

   a. Traduire par une phrase les événements $C \cap E$, $C \cup E$ et $A = \overline{C \cup E}$.
   b. Calculer les probabilités $P(C)$, $P(E)$, $P(C \cap E)$, $P(C \cup E)$ et $P(A)$.

3. On choisit au hasard un agriculteur travaillant pour l'exportation.
   Quelle est la probabilité qu'il produise du café ?

PROBLÈME (10 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 2 cm sur chaque axe.

La courbe (C) donnée en annexe 2 représente une fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$.

- Le point A a pour coordonnées (1 ; 2).
- La droite (T) est tangente en A à (C) ; elle passe par le point de coordonnées (0 ; 6).
- Le point B a pour abscisse e^2.
- La tangente à (C) en B est parallèle à $(O x)$, cette tangente n'est pas tracée sur le dessin.

Partie A – Étude de la fonction f

La fonction f représentée par (C) est définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2 - 2\ln x}{x}$.

1. Calculer l'abscisse du point d'intersection de (C) avec $(O x)$.

2. a. En remarquant que $f(x) = 2 \times \dfrac{1}{x} - 2 \times \dfrac{\ln x}{x}$, calculer la limite de f en $+\infty$.
   Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

   b. En remarquant que $f(x) = \dfrac{1}{x}(2 - 2\ln x)$, calculer la limite de f en 0.
   Que peut-on en déduire pour la courbe (C) ?

3. a. Montrer que $f\,'(x) = \dfrac{2\ln x - 4}{x^2}$.
   b. Résoudre : $2\ln x - 4 \geq 0$.
   En déduire le signe de $f\,'(x)$ sur $]0 ; +\infty[$ et le tableau de variation de f.
   c. Donner l'ordonnée exacte du point B (détailler les calculs).

Partie B – Calcul d'aire

1. On considère les fonctions G et g définies respectivement sur $]0 ; +\infty[$ par

$$G(x) = (\ln x)^2 \text{ et } g(x) = \frac{2\ln x}{x}.$$

   a. Montrer que G est une primitive de g sur $]0 ; +\infty[$.
   b. Vérifier que $f(x) = \dfrac{2}{x} - g(x)$; en déduire une primitive F de f sur $]0 ; +\infty[$.

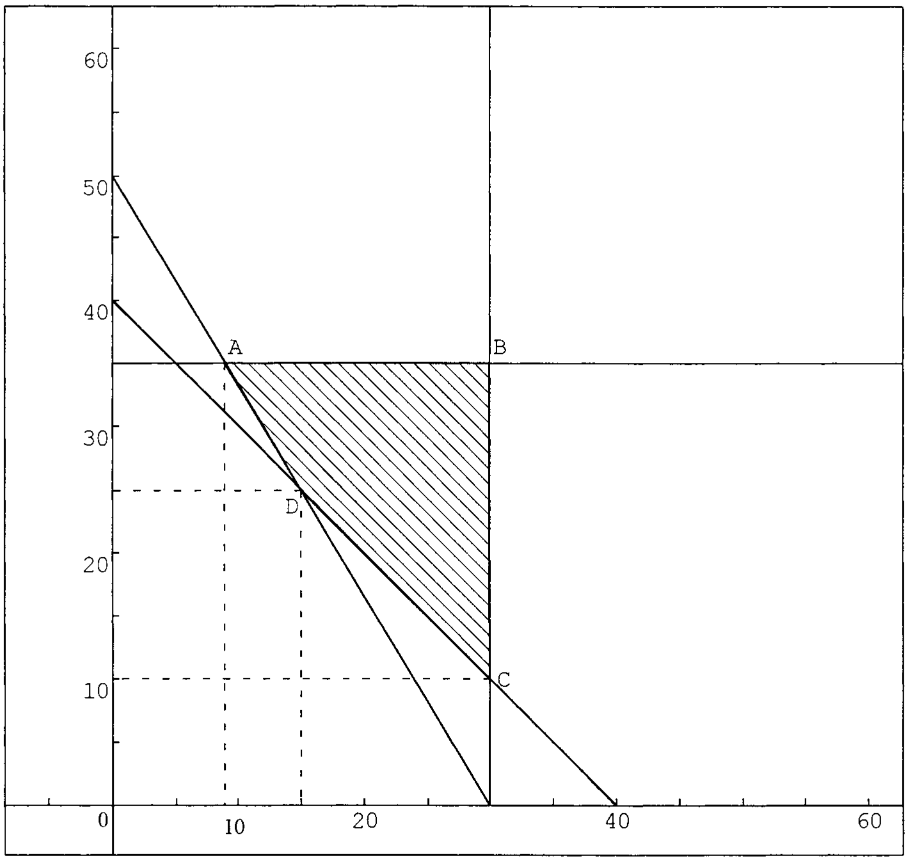
2. On pose : $\mathcal{A} = \int_1^e f(x)\, dx$.

   a. $\mathcal{A}$ est l'aire, en unités d'aire, d'un domaine $(\mathcal{D})$: hachurer $(\mathcal{D})$ sur le graphique.
   b. Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$.
   c. En déduire l'aire en cm^2 du domaine $(\mathcal{D})$.

ANNEXE 1

Les points A, B, C, D, ont pour coordonnées :

A (9 ; 35) ; B (30 ; 35) ; C (30 ; 10) et D (15 ; 25).



À rendre avec la copie

ANNEXE 2