BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2005

Série : SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : Comptabilité et Gestion – Informatique et Gestion

Épreuve de MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures Coefficient : 4

Ce dossier comporte 3 pages

Fournir 2 feuilles de papier millimétré au candidat.

Calculatrice autorisée.

EXERCICE 1 : (4 points)

Soient deux dés cubiques notés D_1 et D_2 dont toutes les faces ont la même probabilité d'apparition.
Le dé D_1 a une face numérotée 1 et cinq faces numérotées 2.
Le dé D_2 a deux faces numérotées 1, une face numérotée 2 et trois faces numérotées 3.
On jette le dé D_1 puis le dé D_2 et on regarde le chiffre obtenu par chacun d'eux.
On appelle événement élémentaire tout couple $(a\ ;\ b)$ de deux chiffres, où a est le chiffre apparu sur le dé D_1 et b le chiffre apparu sur le dé D_2.

1. Dresser un tableau à double entrée faisant apparaître les 36 couples possibles.
2. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
   A : « deux faces portent le même numéro » ;
   B : « deux faces portent des numéros différents » ;
   C : « au moins une face porte le numéro 1 » ;
   E : « une des faces et une seule porte le numéro 3 ».
3. Calculer la probabilité des événements $(C \cap E)$ et $(C \cup E)$.

EXERCICE 2 : (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 0,5cm.
On donne deux droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives $x + 2y = 30$ et $2x + y = 30$

1) Déterminer par le calcul les coordonnées du point I, intersection de ces deux droites.

2) Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\ ;\ y)$ vérifient le système :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \geq 30 \\ 2x + y \geq 30 \end{cases}$$

On hachurera la partie du plan qui ne convient pas.

3) Un cyclo-club désire acheter au moins un cuissard et au moins un coupe-vent pour équiper chacun de ses 60 adhérents.

Le trésorier du club contacte deux fournisseurs.
Le premier propose un lot A composé de 2 cuissards et 4 coupe-vent, au prix de 80 € ;
Le second propose un lot B de 4 cuissards et 2 coupe-vent, au prix de 90 €.
On désigne par x le nombre de lots A et y le nombre de lots B commandés par le trésorier.

a. Justifier que le système de la question 2) est un système d'inéquations traduisant les contraintes d'achat.

b. Exprimer en fonction de x et de y la dépense d occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B.

c. Tracer la droite (Δ) d'équation $80x + 90y = 1800$ dans le repère $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$.

d. En expliquant la méthode utilisée, déterminer graphiquement les valeurs de x et de y qui occasionnent la dépense minimale. Calculer alors cette dépense.

e. En déduire la somme restant à la charge du club dans le meilleur des cas si chaque adhérent verse 10 €.

PROBLEME (11 points)

Soit f la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = 1 + \dfrac{\ln x}{x}$. On note (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O\ ;\ \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

PARTIE A

1.
   a. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
   b. En déduire que la courbe (C) admet deux asymptotes et donner leur équation.

2. Soit f' la dérivée de f sur $]0\ ;+\infty[$.
   a. Calculer $f'(x)$.
   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   c. Donner le tableau de variation de f sur $]0\ ;+\infty[$.

3.
   a. Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse 1.
   b. Déterminer une équation de la tangente (T') à (C) au point B d'abscisse e.

4.
   a. Reproduire et compléter le tableau suivant en donnant, pour chaque valeur de x, une valeur décimale approchée à 10^{-2} près de $f(x)$:

x	0,3	0,4	0,5	0,7	1	2	e	4
$f(x)$								

   b. Construire (T) et (T'), les deux asymptotes puis la courbe (C).

PARTIE B

1.
   a. Soit h la fonction définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $h(x) = 0{,}5[\ln x]^2$.
   Montrer que h est une primitive de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\ ;+\infty[$.
   b. En déduire une primitive de f sur $]0\ ;+\infty[$.

2.
   a. Calculer en cm², l'aire D du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
   b. Calculer en cm², l'aire du domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$, $x = \mathrm{e}$, $y = 1$ et l'axe des abscisses.
   c. En déduire, en cm², l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) et les droites d'équations $y = 1$, $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.