

L'usage d'une calculatrice réglementaire est autorisé durant l'ensemble de l'épreuve

Le formulaire officiel de mathématiques, prévu par l'arrêté du 27 mars 1991, est joint au sujet

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITES : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2006

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures – Coefficient 4

Ce sujet comporte 5 pages

1 feuille de papier millimétré est fournie

EXERCICE 1 (5 points)

Le tableau suivant donne l'évolution du SMIC mensuel brut pour 169 heures de travail. Les montants sont donnés en euros pour les années 2001, 2002, 2003 et 2004, en francs pour les autres années.

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant du SMIC en francs	6663,67	6797,18	6881,68	7101,38				
Montant du SMIC en euros : y	1127	1154	1215	1286

(Données INSEE)

Rappel : 1 euro = 6,55957 francs.

- À l'aide de la calculatrice, déterminer les montants du SMIC mensuel en euros arrondis à l'unité pour les années 1997, 1998, 1999 et 2000 et compléter le tableau fourni en **Annexe 1**.
- Sur la feuille de papier millimétré fournie, représenter dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, le nuage des points de coordonnées $(x; y)$. On prendra comme unités graphiques :
 - 2 cm pour une année en abscisse en commençant au rang 0 ;
 - 1 cm pour 20 euros en ordonnées en commençant la graduation à 900.
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage et le placer sur le graphique précédent.
- On considère la droite \mathcal{D} passant par G et de coefficient directeur 37,5 et réalisant un ajustement affine du nuage précédent.
 - Déterminer l'équation réduite de la droite \mathcal{D} .
 - Tracer cette droite sur le graphique.
 - Déterminer graphiquement une estimation du SMIC mensuel pour l'année 2006.
On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.
 - Retrouver, par le calcul, le résultat précédent.

EXERCICE 2 (4 points)

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des quatre réponses proposées est exacte. La réponse choisie sera notée sur l'Annexe 2. On ne demande aucune justification.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Chaque réponse fausse retire 0,5 point. Une question sans réponse ne rapporte et n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

1. Soit a et b deux réels ; e^{a+b} est égal à :

A	B	C	D
$e^a + e^b$	$e^a \times e^b$	$a e^b$	$(e^a)^b$

2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de premier terme $u_0 = -2$ et de raison $\frac{1}{2}$; u_n est égal à :

A	B	C	D
$-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$	$\left(-2 \times \frac{1}{2}\right)^n$	$-2 + \frac{n}{2}$	$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

3. Soit h la fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} par $h(x) = (2x+1)e^{-2x}$; sa fonction dérivée est définie par h' où $h'(x)$ est égal à :

A	B	C	D
$(4-4x)e^{-2x}$	$-4xe^{-2x}$	$-4e^{-2x}$	$2(e^{-x})^2$

4. Soit E et F deux événements d'une même expérience aléatoire. On donne les probabilités suivantes : $p(E) = 0,2$; $p(F) = 0,4$ et $p(E \cap F) = 0,15$. On en déduit que $p(E \cup F)$ est égal à :

A	B	C	D
0,75	0,6	0,45	0,15

PROBLÈME (11 points)

L'objet du problème est l'étude de la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{1}{x} + 2 \frac{\ln x}{x}$ et le calcul d'une intégrale.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan, d'unité graphique 2 cm.

Partie A

Soit la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + 3 - 2 \ln x.$$

1. Soit g' la fonction dérivée de g .

Montrer que, pour tout x de l'intervalle $]0 ; +\infty[$, $g'(x) = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$.

2. Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ (les limites aux bornes de cet intervalle ne sont pas demandées).

3. En déduire le signe de g sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Partie B : étude de la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty [$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + 2 \frac{\ln x}{x}.$$

1. On admet que la limite en 0 de f est $-\infty$. Que peut-on en déduire graphiquement ?
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Soit f' la fonction dérivée de f définie sur $]0 ; +\infty [$.
 - a. Montrer que, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ où g est la fonction étudiée dans la **partie A**.
 - b. En déduire le signe de $f'(x)$ puis les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0 ; +\infty [$.
4. Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0 ; +\infty [$.
5. Démontrer que la droite \mathcal{D} d'équation $y = x$ est asymptote à \mathcal{C} au voisinage de $+\infty$.
6. Compléter le tableau de valeurs en **Annexe 3**. On arrondira les valeurs à 0,1 près.
7. Tracer \mathcal{C} et \mathcal{D} dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie C

1. Montrer que la fonction F , définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty [$ par $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x + (\ln x)^2$, est une primitive de f .
2. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I = \int_1^4 f(x) dx$.
3. Donner une interprétation graphique de cette intégrale.

ANNEXES

Annexe 1 : tableau à compléter de l'exercice 1

Année	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang de l'année : x	0	1	2	3	4	5	6	7
Montant du SMIC en francs	6663,67	6797,18	6881,68	7101,38				
Montant du SMIC en euros : y					1127	1154	1215	1286

(Données INSEE)

Annexe 2 : tableau à compléter de l'exercice 2

Questions	Réponses
1.	
2.	
3.	
4.	

Annexe 3 : tableau de valeurs à compléter du problème

x	0,75	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$								