BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2004

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures – Coefficient 4

Fournir du papier millimétré au candidat

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des calculatrices et du formulaire officiel est autorisé.

EXERCICE N°1 (5 points)

Dans une urne on place 4 jetons portant chacun une des lettres du mot **TARD**. On tire au hasard un jeton de l'urne et on le pose sur une table. On recommence 2 fois cette opération en plaçant le jeton tiré à droite de celui tiré précédemment : on obtient ainsi un mot de 3 lettres (qui n'a pas nécessairement une signification).

1) Montrer que l'on peut ainsi former 24 mots différents.

2) Quelle est la probabilité d'obtenir le mot **ART** ?

3) Soient A et B les événements suivants :
A : « Le mot obtenu contient une voyelle »
B : « Le mot obtenu commence par une consonne »
Calculer les probabilités p(A) et p(B) des événements A et B .

4) a) Définir par une phrase l'événement $\overline{A}$. Calculer la probabilité $p(\overline{A})$ de l'événement $\overline{A}$.
b) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ .Calculer la probabilité $p(A \cap B)$ de cet événement.
c) Définir par une phrase l'événement $A \cup B$ .Calculer la probabilité $p(A \cup B)$ de cet événement.

EXERCICE N°2 (5 points)

Le tableau suivant donne l'espérance de vie à la naissance des femmes et des hommes pour les années 1991 à 2000 en France.

années i	espérance de vie des femmes x_i	espérance de vie des hommes y_i
1991	81,2	72,9
1992	81,5	73,2
1993	81,5	73,3
1994	81,9	73,7
1995	81,9	73,9
1996	82,1	74,1
1997	82,3	74,6
1998	82,4	74,8
1999	82,5	75,0
2000	82,7	75,2

1) Représenter, dans un repère orthogonal, le nuage des points M_i (x_i , y_i) avec x_i : espérance de vie des femmes, et y_i : espérance de vie des hommes.
(Unités graphiques : sur l'axe des abscisses 5 cm pour une année, en commençant la graduation à 81 ; sur l'axe des ordonnées 5 cm pour une année, en commençant la graduation à 72).

2) Calculer les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé des points M_1, M_2, M_3, M_4 et M_5 et celles du point moyen G_2 du nuage formé des points M_6, M_7, M_8, M_9 et M_{10} .

3) On réalise un ajustement des points du nuage à l'aide de la droite ($G_1 G_2$). Montrer que cette droite admet pour équation : $y = 1{,}675\,x - 63{,}28$.

4) Par lecture graphique, indiquer l'espérance de vie à la naissance des femmes quand celle des hommes sera de 76 ans. On fera apparaître les constructions utilisées.

5) Retrouver par le calcul le résultat de la question n° 4 (on donnera le résultat au dixième près).

PROBLÈME (10 points)

Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{8\ln(x)}{x^2}$. On appelle (C) sa courbe représentative.

1) Calculer les valeurs exactes de $f(1)$, $f(\mathrm{e})$ et $f(\sqrt{\mathrm{e}})$.

2) Calculer la limite de f quand x tend vers 0 et interpréter graphiquement le résultat.

3) Calculer la limite de f quand x tend vers $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.

4) a) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$: $f'(x) = 8\,\dfrac{(1 - 2\ln(x))}{x^3}$.

   b) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.

5) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant des valeurs arrondies de $f(x)$ à 10^{-2} près :

x	0,7	1	1,5	2	2,5	3	4	5	7	10
$f(x)$										

6) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point A d'abscisse 1.
   Déterminer une équation de la tangente (U) à (C) au point B d'abscisse $\sqrt{\mathrm{e}}$.

7) Tracer (T), (U), (C) et ses asymptotes dans un repère orthonormal $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$ du plan, unité graphique : 2 cm.

8) Soit la fonction G définie sur $]0, +\infty[$ par $G(x) = \dfrac{\ln(x)+1}{x}$. Calculer $G'(x)$ et en déduire une primitive F de f sur $]0, +\infty[$.

9) Calculer la valeur exacte, puis approchée à 10^{-2} près, de l'aire en cm^2 de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe (C) et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.