BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2006

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures – Coefficient 4

Le sujet comporte 4 pages.
Deux feuilles de papier millimétré, qui seront utilisées dans l'exercice 2 et le problème, seront remises au candidat avec le sujet.

L'usage des calculatrices est autorisé (circulaire n°99-186 du 16-11-1999).
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 (5 points)

Au cours d'une enquête, on a demandé à un échantillon de 500 personnes quelle était leur destination préférée pour les vacances d'été.
Les personnes interrogées devaient choisir une réponse parmi « mer », « montagne » ou « campagne ».

Sur les 500 personnes interrogées, il y avait 55 % de femmes.
180 personnes ont déclaré préférer la montagne et 70 ont déclaré préférer la campagne.
40 % des hommes préfèrent la montagne tandis que 60 % des femmes préfèrent la mer.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (aucune justification n'est demandée).

	Mer	Montagne	Campagne	Total
Hommes				
Femmes				
Total				500

Les résultats aux questions suivantes seront donnés sous forme de fraction irréductible.

2. On interroge une personne au hasard dans l'échantillon.
   a) Soit A l'événement : « la personne choisie préfère la montagne ».
   Déterminer $P(\text{A})$.
   b) Soit B l'événement : « la personne choisie est un homme ».
   Déterminer $P(\text{B})$.
   c) Soit C l'événement $\text{A} \cap \text{B}$.
   Exprimer par une phrase l'événement C puis déterminer $P(\text{C})$.
   d) Calculer $P(\text{A} \cup \text{B})$.

3. On interroge, au hasard, une femme de cet échantillon.
   Quelle est la probabilité que cette femme préfère la campagne pour les vacances d'été ?

EXERCICE 2 (4 points)

Dans une nation d'Europe de l'Est on a noté en millions le nombre de touristes étrangers visitant le pays chaque été pour la période 1995 – 2004.
Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

Années	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre y de touristes en millions	1,3	2,6	3,8	4,1	4,7	5,3	6,5	7	7,5	8,7

1. Représenter par un nuage de points M $(x\,;\,y)$ la série statistique dans un repère orthogonal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ tel que 1 cm représente une année sur l'axe des abscisses et 1 cm représente un million de touristes sur l'axe des ordonnées.

2. On partage l'ensemble des points du nuage en deux sous-ensembles correspondant aux années 1995 à 1999 et 2000 à 2004.

   a) Déterminer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 de chacun des sous-ensembles précédents et tracer la droite (G_1G_2).
   b) Montrer par un calcul que le coefficient directeur de la droite d'ajustement (G_1G_2) vaut 0,74.
   c) En déduire que l'équation réduite de la droite (G_1G_2) est $y = 0{,}74\,x + 1{,}08$.

3. On souhaite prévoir à l'aide de cette droite d'ajustement le nombre de touristes étrangers qui visiteront ce pays au cours de l'été 2006.

   a) Quelle prévision peut-on donner à l'aide du graphique (on laissera apparents les traits de construction) ?
   b) Calculer cette prévision (on donnera le résultat arrondi au million).

PROBLÈME (11 points)

On considère la fonction f définie sur **R** par $f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 5$.
On note C la représentation graphique de f dans un repère orthonormal $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

PARTIE A : Étude de la fonction f.

1. Montrer que $f(x) = e^{x}(e^{x} - 4) + 5$.

2. Calculer $f(\ln 2)$.

3. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

4. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

5. a) Déterminer la dérivée f' de f sur **R** et montrer que pour tout réel x :

$$f'(x) = 2e^{x}(e^{x} - 2).$$

   b) Résoudre l'inéquation $e^{x} - 2 \geq 0$.
   c) En déduire le signe de $f'(x)$ sur **R**.
   d) Dresser le tableau de variation de f.

6. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les valeurs arrondies au dixième :

x	-3	-2	-1	0	$\ln 2$	1	$1{,}25$	$1{,}5$
$f(x)$								

7. Tracer la courbe C dans le repère $\left(O ; \vec{i}, \vec{j}\right)$ (on tracera l'asymptote et la tangente horizontale).

PARTIE B : Calcul d'une aire.

1. Montrer que la fonction F définie sur **R** par

$$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - 4e^{x} + 5x$$

   est une primitive de f sur **R**.

2. Hachurer sur le graphique la partie E du plan délimitée par la courbe C, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$.

3. Soit A l'aire en cm² de la partie E. Calculer A et donner sa valeur approchée arrondie au centième.