

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SÉRIE SCIENCES ET TECHNOLOGIES TERTIAIRES

SPÉCIALITÉS : COMPTABILITÉ et GESTION – INFORMATIQUE et GESTION

SESSION 2004

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée 3 heures – Coefficient 4

Fournir du papier millimétré au candidat

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices et du formulaire officiel est autorisé.

Exercice n°1 (4 points)

On interroge 100 clients d'un hypermarché pour connaître leurs avis sur deux produits génériques A et B. Les résultats sont les suivants : tous les clients ont répondu, 20 clients sont satisfaits des deux produits, 35 clients sont satisfaits du produit A et 27 clients ne sont satisfaits que du produit B.

1°) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de personnes	Satisfaites de A	Non satisfaites de A	Total
Satisfaites de B			
Non satisfaites de B			
Total			100

2°) On interroge un client au hasard. Dans chacun des cas suivants, calculer, en justifiant la réponse, la probabilité que ce client soit :

- satisfait de B ;
- satisfait de A seulement ;
- non satisfait des deux produits ;
- satisfait d'un seul produit ;
- satisfait d'au moins un produit.

Exercice n°2 (6 points)

Dans le tableau suivant figurent les données concernant les ventes annuelles, pendant six années consécutives, d'une entreprise spécialisée dans un seul type de produit.

Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5
Nombre de ventes en milliers : v_i	2,6	4,3	8,2	11,1	23,4	30,0
$y_i = \ln(v_i)$	0,96					3,40

1°) Recopier et compléter la dernière ligne du tableau (où \ln désigne la fonction logarithme népérien) par les valeurs manquantes de y_i arrondies au centième près.

2°) Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ dans un repère orthonormal du plan (unité graphique 2 cm).

3°) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.

4°) Sur le graphique précédent, tracer la droite D d'équation : $y = \frac{1}{2}x + 1$.

Pour la suite, on admet que cette droite ajuste correctement le nuage de points.

5°) Montrer que le nombre v_i de ventes en fonction du rang x_i de l'année est :

$$v_i = e^{1 + \frac{1}{2}x_i}$$

6°) Donner une estimation du nombre de ventes, pour l'année de rang 6 (en admettant que la tendance observée entre l'année de rang 0 et l'année de rang 5 se poursuive).

Problème (10 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$$

où \ln désigne la fonction logarithme népérien.

On appelle (C) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1°) a) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe (C).

b) En écrivant $f(x)$ sous la forme $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln(x))$, déterminer la limite de f en 0.

En déduire l'existence d'une deuxième asymptote à la courbe (C).

2°) a) Montrer que la dérivée de f sur $]0 ; +\infty[$ est définie par : $f'(x) = -\frac{\ln(x)}{x^2}$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f sur $]0 ; +\infty[$.

3°) a) Résoudre sur $]0 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

b) Recopier et compléter le tableau suivant (chaque valeur manquante sera donnée arrondie au centième) :

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	4	8
$f(x)$			0					

c) Représenter la courbe (C) en prenant 2 cm pour unité graphique.

4°) a) Soit la fonction F définie sur $]0 ; +\infty[$ par $F(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}[\ln(x)]^2$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0 ; +\infty[$.

b) Hachurer sur le graphique la partie du plan située entre la courbe (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ et $x = 1$.

c) Calculer, en cm^2 , l'aire de la partie hachurée.